جان مایکل همرزلی

گریزان از انتزاع، شیفتهٔ مسائل ملموس•

جفری گریمت*، دومینیک ولش**
ترجمهٔ فرزانه صفوی‌منش

سه تن از برندگان نشان فیلدز در دو کنگرهٔ اخیر (وندەلین ورنر و آندری آکونکوف در سال ۲۰۰۶، و استانیسلاو اسمیرنوف در سال ۲۰۱۰) این نشان را به‌خاطر دستاوردهایی گرفته‌اند که ریشه در تحقیقات جان همرزلی ریاضیدان انگلیسی (۱۹۲۰ـ۲۰۰۴) در زمینهٔ پرکولاسیون دارد. در ضمن، این نشانها اولین مدالهای فیلدز است که در مباحث احتمالاتی داده شده و حاکی از توجه جامعهٔ ریاضی بین‌المللی به اهمیت پژوهشهایی است که در این زمینه‌ها صورت می‌گیرد. به‌این مناسبت مقاله‌ای دربارهٔ همرزلی برای خوانندگان نشر ریاضی انتخاب کرده‌ایم که ترجمهٔ آن را با اندکی تلخیص در اینجا می‌خوانید. این مقاله به زندگی و تحقیقات او و تأثیر گستردهٔ دستاوردهایش در مباحث مربوط به مدلهای شبکه‌ای و فرایندهای تصادفی می‌پردازد و همچنین جنبه‌هایی از شخصیت و آرای او را دربارهٔ ریاضیات بازمی‌تاباند. گفتنی است که همرزلی به‌شدت علاقه‌مند به مسأله‌های ملموس و مشخص و مخالف تجرید و نظریه‌پردازی بود و مواضع رادیکال او در این زمینه، و بحث و جدلهایش با بعضی از ریاضیدانان دیگر در محافل آکادمیک انگلیس مشهور است.

جان همرزلی در صف اول ریاضیدانانی قرار داشت که رده‌بندی ریاضیات را به دو ردهٔ «محض» و «کاربردی» به چالش می‌گرفتند؛ یک بار هنگامی که درکالج ترینیتی آکسفرد به میهمانان معرفی می‌شد، گفته بود که سروکارش با «مجموعهای دشوار» است. وی اعتقاد پرشوری به اهمیت ریاضیاتی داشت که پیوندهای قوی با وضعیتهای زندگی واقعی داشته باشد و نیز به یک نظام آموزش ریاضی که در آن، حل مسائل بر ایجاد نظریه ارجحیت داشته باشد. او به خاطر کارهایش در نظریهٔ پرکولاسیون، فرایندهای تصادفی زیرجمعی، قدم‌زدنهای از خودگریز، و روشهای مونت‌کارلو، و نیز در نظر کسانی که او را می‌شناختند، به‌دلیل کمال عقلانی و توانایی‌اش در الهام‌بخشی و به چالش کشاندن دیگران در یادها خواهد ماند. صرف‌نظر از دستاوردهای پژوهشی گسترده‌ای که به‌خاطر آنها به‌عنوان مسأله‌حل‌کن برجسته شهرت یافت، یکی از پیشگامان نهضت دهه‌های پنجاه و شصت میلادی در بازنگری محتوای برنامهٔ ریاضیات مدارس انگلیس نیز به‌شمار می‌رود.

پیشینهٔ خانوادگی

جان همرزلی از زوجی که ارتباطات قوی بین‌المللی داشتند متولد شد. مادرش مارگارت (فامیل دختری‌اش وایتهد) در مسکو به‌دنیا آمده بود که در آنجا تامس پدر مارگارت به کار صادرات و فروش دستگاه نخ‌تابی کتان و سایر ماشین‌آلات نساجیِ لنکاشر[1] مشغول بود. او در ۱۴ سالگی به یک مدرسهٔ شبانه‌روزی در انگلیس فرستاده شد و بدین‌ترتیب، از رنجها و محرومیتهایی که برادرانش در پی انقلاب اکتبر ۱۹۱۷ با آنها مواجه شدند، رهایی یافت [۳۷]. پس از آن انقلاب، بلشویکها اعلام کرده بودند که همهٔ داراییهای خارجی به مردم روس تعلق دارد و اموال آنها مصادره شد و خانوادهٔ وایتهد از راه مرمانسک[2]، در سال ۱۹۱۸ به لندن بازگشتند. بامداد روزی در ژانویهٔ ۱۹۲۰، جورج، داییِ جان، توسط پلیس مخفی شوروی (چکا[3]) از بسترش

1. Lancashire 2. Murmansk 3. Cheka

بیرون کشیده شد و به مدت سه هفته، در لوبیانکا[1] در دمای زیر صفر درجه، در حالی که روی زمین سیمانی خالی می‌خوابید، مورد بازجویی قرار گرفت و سپس به اردوگاه کار اعزام شد. ولی آلفرد برادر جورج توانست او را به استناد اینکه در شرف مرگ است، رهایی بخشد. در هر حال، او زنده ماند و همراه آلفرد، در همان روز، با قطاری خود را به مرز فنلاند رساندند.

گای هیو[2]، پدرِ جان، دومین پسر یک پزشک لندنی بود. پدرگای، وقتی او چهارده ساله بود، درگذشت و خانواده‌اش را در شرایط سخت تنها گذاشت. گای مجبور به ترک مدرسه شد و پس از آن زندگی پرفرازونشیبی را با مشاغل متعددی از پیشخدمتی تا مدیریت در شرکتهای مختلفی در آمریکا و انگلیس گذراند.

مارگارت و گای در سال ۱۹۱۴ ازدواج کردند و جان مایکل، تنها پسر آنها که زنده به دنیا آمد، در ۲۱ مارس ۱۹۲۰ متولد شد.

تحصیلات

آنچه در زیر می‌آید، برگرفته از یادداشتهایی است که جان دربارهٔ زندگی‌اش نوشته و علاوه بر آنکه شرح جالب توجهی از زندگی وی در دوران قبل از آکسفرد است، شخصیت او را نیز تا حدی نشان می‌دهد.

«من از سال ۱۹۲۵ تا ۱۹۲۹، به کودکستانی به نام واترساید اسکول در شهر بیشاپس استورفرد[3] می‌رفتم. این کودکستان را خانم مدیری به نام بلندفورد اداره می‌کرد و محل بسیار مناسبی برای شروع خواندن، نوشتن، و حساب بود. در آخرین سالی که در آنجا بودم، پدرش آقای بلندفورد مرا با زبان لاتینی و جبر آشنا کرد.

در سال ۱۹۲۹ مرا به عنوان شاگرد شبانه‌روزی به مدرسهٔ بمبریج[4] در آیل او وایت[5] فرستادند که مدرسه‌ای با ایده‌های مترقی دربارهٔ تدریس هنر، صنایع دستی، و نجاری بود، اما در آن توجه چندانی به مباحث آکادمیک نمی‌شد. بعد از گذراندن چند ترم در بمبریج، والدینم که از آنچه به من درس داده می‌شد، ناراضی بودند، مرا به مدرسه‌ای معمولی به نام استراتون پارک[6] نزدیک بلچ‌لی[7] فرستادند و من از ۱۹۳۰ تا ۱۹۳۴ در آنجا ماندم.

شخصی که در استراتون پارک ریاضی درس می‌داد، آقای پیلینر[8]، با پرسیدن این سؤال از من که «با چند لوبیای آبی می‌توان عدد ۵ را ساخت؟» تقریباً مرا از شور و شوق انداخت. وقتی نتوانستم پاسخ این معما را بیابم، به من گفت که پاسخ ۵ است و من نادان هستم. اما من قبلاً این پاسخ را از آنجا که بدیهی‌تر از آن بود که درست باشد، کنارگذاشته بودم (و اکنون با نگاهی به گذشته می‌توان دید که احتمالاً پاسخ درست چیزی شبیه به $^{-1}$[تعداد لوبیاها]۵ است). هر چند بخت ریاضی من کمی پس از این اتفاق، با ورود جرالد میستر[9]، معلم ریاضی دیگری به استراتون پارک، دوباره به من روی آورد.

او در زمان حضورش در استراتون پارک، آموزشی درست و حسابی در ریاضیات به من داد و علاقهٔ مرا به این موضوع برانگیخت. این آموزش مقدار زیادی هندسهٔ اقلیدسی (شامل موضوعاتی همچون دایرهٔ نه‌نقطه)، جبر (اتحادهای نیوتن برای ریشه‌های چندجمله‌ایها)، و مثلثات (اتحادهای حاکم بر زوایای مثلث، محیط دایره، دایرهٔ محاطی و غیره) را در بر می‌گرفت؛ اما شامل حسابان نبود. به کمک او، یک بورس تحصیلی از سدبرگ به‌دست آوردم.

من از ۱۹۳۴ تا ۱۹۳۹ در مدرسهٔ سدبرگ[10] بودم. در آن روزها مرسوم بود که بچه‌های باهوش‌تر را به سمت دورهٔ کلاسیک هدایت کنند و در سال اول حضورم در آنجا مرا در

1. Lubianka 2. Guy Hugh 3. Bishops Stortford 4. Bembridge
5. Isle of Wight 6. Stratton Park 7. Bletchley 8. Pilliner
9. Gerald Meister 10. Sedbergh

دانشپایهٔ پنجم کلاسیک[1] قرار دادند که در آنجا مدرکی در کلاسیک (معادل با سطح اُ-لِوِل[2] امروزی) گرفتم و پس از آن در پایان سال اول، در دانشپایهٔ ششم کلاسیک[3] جای گرفتم. با این حال، لاتین و یونانی مرا مجذوب نکرد و بعد از یک ترم در دانشپایهٔ ششم کلاسیک، به من اجازه دادند که به دانشپایهٔ عالی نوین[4] بروم تا مقداری علوم بیاموزم. درسهای بسیار خوبی در فیزیک از لن تیلر[5] و در شیمی از چارلز مابی[6] فراگرفتم. استاد ریاضیات من، سیدنی آدامس[7] بود. دانش او در ریاضیات، درست و حسابی بود؛ اما از آنچه برای تدریس در مدارس مناسب بود، فراتر نمی‌رفت: سردرگمی خود را از اینکه یک تابع پیوسته ممکن است هیچ‌جا مشتق‌پذیر نباشد، به‌یاد می‌آورم و اگرچه او می‌توانست مطلب را تأیید کند، اما نمی‌توانست مثال مشخصی از آن برای من بیاورد. در تابستان ۱۹۳۷، گواهینامهٔ عالی (معادل با اِی-لِوِل[8] امروزی) را در ریاضیات، فیزیک، و شیمی دریافت کردم؛ اما به کسب رتبهٔ ممتاز در ریاضیات نائل نشدم. من در امتحان بورس تحصیلی برای کالج امانوئل[9] کیمبریج در سال ۱۹۳۷، و نیز نیوکالج[10] آکسفرد در سال ۱۹۳۷ شرکت کردم، ولی موفقیتی در هیچ‌یک از آنها کسب نکردم. با این حال، در دومین تلاش خود، در سال ۱۹۳۸ کمک هزینه‌ای از کالج امانوئل به من اعطا شد».

کیمبریج

همرزلی ادامه می‌دهد:

«در سال ۱۹۳۹ وارد دورهٔ کارشناسی کیمبریج شدم. جنگ تازه آغاز شده بود و بسیاری از دانشجویان کارشناسی از جمله من، به عنوان داوطلب شرکت در جنگ، خود را به پایگاهی که برای ثبت‌نام نیروی تازه‌نفس در کیمبریج اختصاص یافته بود، معرفی کرده بودند. حداقل، تا آنجا که برای این پایگاه مهم بود، در آن زمان، شواهد چندانی از استفاده از افراد دارایِ صلاحیت علمی بالقوه در جنگ وجود نداشت. بعد از یک معاینهٔ پزشکی مختصر، خود را جلوی میز سه‌پایهٔ مقابل یکی از استادان که لباس گروهبانی پوشیده بود، یافتم و گفتگوی زیر صورت گرفت.

گروهبان: شما می‌خواهید به نیروی دریایی ملحق شوید یا زمینی یا هوایی؟

من: فکر می‌کنم زمینی. (من در مدرسه، در جوخهٔ آموزش افسران بودم).

گروهبان: کدام هنگ را در نظر دارید؟

من: هیچ نظری ندارم. من به‌تازگی شروع به خواندن ریاضیات در کیمبریج کرده‌ام. آیا در ارتش استفاده‌ای از ریاضیات می‌شود؟

گروهبان: نه، در این جنگ، هیچ استفاده‌ای از ریاضیات نمی‌شود و در هر حال، شما فقط یک دانشجوی کارشناسی هستید. نیروها فقط سه ریاضیدان حرفه‌ای از کیمبریج را به خدمت گرفته‌اند. یکی برای نیروی دریایی که به آنها اطلاعاتی دربارهٔ انفجارهای زیر آب بدهد، یکی برای نیروی هوایی به‌منظور تشریح ناوبری فضایی، من هم سومین نفر هستم. کار ریاضی من این است که هر روز تعداد کل نیروهای تازه‌وارد به نیروی دریایی، زمینی، و هوایی را با هم جمع کنم.

نمی‌دانم گروهبان چه کسی بود؛ شاید نظریهٔ اعداددان بود. البته او راجع به استفاده از علم، از جمله ریاضیات، در زمان جنگ و تعداد دانشمندان و ریاضیدانانی که از کیمبریج به خدمت گرفته شده بودند، در اشتباه بود،* اما من در این خصوص، تا مدتها بعد از آن روز، چیزی نمی‌دانستم. در این ضمن، مدتی که منتظر بودم تا سرانجام فراخوانده شوم، وقت خود را در کیمبریج کاملاً به بطالت گذراندم. درسهای کمکی استون‌لی[11] را که فقط به من یاد داد چگونه $\nabla^2\phi$ را در

1. Classical Fifth Form 2. O-Level 3. Lower Sixth Classical
4. Upper Sixth Modern 5. Len Taylor 6. Charles Mawby
7. Sydney Adams 8. A-Level 9. Emmanuel 10. New College

* اوکم و بیش هم‌عقیده با هاردی بود که به نظرش واضح می‌رسید که «ریاضیات واقعی، کاربرد مستقیمی در جنگ ندارد» (رک. [۱۹] و [۲۰])، اما هنگام طرح این سؤال که «آیا ریاضیات، در جنگ، مفید است؟»، این را محتمل دانست که مهارت فنی، ریاضیدانان جوان را از خط مقدم دور نگه داشته و بنابراین جان آنها را نجات بدهد.

11. Stoneley

مختصات قطبی کروی بیان کنم ونیز درسهای کمکی وودز[1] را که موضوع مورد علاقه‌اش مکعب تاب‌خورده بود، به یاد دارم. شاگردان می‌کوشیدند با پرسیدن سؤالاتی از وی در بارهٔ سایر بخشهای ریاضیات محض، تا جایی که ممکن بود، او را از مکعب تاب‌خورده دور کنند. اما ده دقیقه بعد از شروع کلاس، درگیر مسألهٔ مکعب تاب‌خورده می‌شد و بقیهٔ وقت کلاس از دست می‌رفت. خوش‌شانس بودم که پیش از آنکه به خدمت نظامی در توپخانهٔ سلطنتی فراخوانده شوم، در سال ۱۹۴۰، رتبهٔ سوم * را در امتحان مقدماتی ریاضیات در ترم تابستانی[2] به‌دست آوردم».

خدمت در ایام جنگ

همرزلی ادامه می‌دهد:

«برخلاف ادعای گروهبان سربازگیر در کیمبریج مبنی بر اینکه ریاضیات در زمان جنگ هیچ فایدهٔ نظامی ندارد، بعدها وقتی در توپخانهٔ سلطنتی در قسمت توپخانهٔ ضد هوایی خدمت می‌کردم، کاربردهایی از ریاضیات پیدا کردم. هواپیما هدفی متحرک با سرعت بالاست که مسیر پروازش توسط رادار، شناسایی و ردیابی می‌شود. برای زدن هدف، لازم است پیش‌بینی کنیم که در مدت‌زمان بین شلیک و اصابت گلولهٔ توپ، هواپیما چه مسافتی را می‌پیماید. این محاسبات به‌وسیلهٔ یک قطعهٔ سخت‌افزاری حسابگر، موسوم به «پیشگو» انجام می‌شد. دو نوع افسر ارتش وجود داشت که از آنها انتظار می‌رفت دانش فنی زیادی راجع به تجهیزات ضد هوایی داشته باشند که به‌ترتیب، «آموزشیار توپخانه» و «آموزشیار کنترل آتش» نامیده می‌شدند. هر دوی آنها دارای تخصص فنی در ارتباط با این سه جزء (رادار، پیشگو، سلاح) بودند؛ اما رشته‌های تخصص آنها با هم تداخل داشت؛ بدین‌معنا که آموزشیارهای توپخانه، در زوج اسلحه-پیشگو تخصص داشتند؛ حال آنکه آموزشیاران کنترل آتش در رادار-پیشگو متخصص بودند. آموزشگاه توپخانهٔ ضدهوایی (S.A.A.A)، بر ساحل پمبروکشر[3] در مانوربیر[4] واقع شده بود و گروه آزمایشهای هوایی S.A.A.A در لیدستپ[5]، حدود یک مایلی شرق مانوربیر مستقر بودند. وظیفهٔ گروه آزمایشهای هوایی، ترتیب‌دادن تحقیقاتی در بارهٔ عملکرد قطعه‌های تجهیزات ضدهوایی، هم تجهیزات موجود و هم تجهیزات پیشنهادی برای استفاده‌های آتی، و نیز ارسال گزارشی در بارهٔ آن برای ادارهٔ جنگ و وزارت تدارکات[6] بود. در گروه آزمایشهای هوایی، سه آموزشیار توپخانه و دو آموزشیار کنترل آتش وجود داشت و در سال ۱۹۴۲، من یکی از آموزشیارهای کنترل آتش شدم و تا پایان جنگ در آنجا ماندم.

با این حال، قبل از آن در اواخر تابستان سال ۱۹۴۰، ابتدا به‌عنوان سرباز و سپس سرجوخهٔ توپخانه در یک اردوی آموزشی در واحد آربورفیلد[7] به خدمت نظامی فراخوانده شدم تا اینکه سرانجام به یک واحد آموزش دانشجوی دانشکدهٔ افسری در شریونم[8] فرستاده شدم. در بهار ۱۹۴۱ به‌عنوان ستوان دوم به خدمت گمارده شدم و به یک پایگاه ضدهوایی، که از یک کارخانهٔ اسلحه‌سازی نزدیک ورشام[9] دفاع می‌کرد، اعزام شدم. در شراینهام از وجود رادار اطلاع پیدا کردم. ایستگاه توپخانهٔ ورشام یک دستگاه رادار قدیمی داشت که با طول موجی به اندازهٔ چند متر عمل می‌کرد. عملکرد آن در اندازه‌گیری فاصله از یک هدف، قابل قبول بود؛ اما دقت آن در نشان دادن سمت هدف، که مبتنی بر اثرهای تداخلی بین سیگنالهای هوایی دوقطبی مستقیماً دریافت‌شده و نیز منعکس‌شده از یک صفحهٔ بزرگ افقی شبکهٔ سیمی بود، زیاد نبود. به هر حال، این دستگاه نشان‌دهندهٔ وضع موجود فناوری بود و خیلی به آن علاقه‌مند شدم. با تمایلی که به کسب اطلاع بیشتر در بارهٔ تواناییهای بالقوهٔ رادار داشتم، با ستادهای مختلف تماس تلفنی می‌گرفتم که اقدام نامتعارفی بود و در نتیجهٔ آن، برای تصدی شغل آموزشیار کنترل آتش برای آموزش دیدن انتخاب شدم.

این آموزش، با یک دورهٔ شش‌هفته‌ای دربارهٔ فناوری پایه‌ای بی‌سیم در ریجنت استریت پلی‌تکنیک[1] آغاز و با یک دورهٔ طولانی‌تر و تخصصی‌تر دربارهٔ رادار در واچت[2] در سامرست[3] ادامه یافت. در واچت، راداری با طول موج ده سانتی‌متر داشتند که در آن زمان، در توپخانهٔ ضدهوایی هنوز متداول نشده بود. در آنجا دربارهٔ ویژگیهای مگنترونها و هدایت امواج آموختم. با فراغت از واچت در سمت آموزشیار کنترل آتش که خودبه‌خود درجهٔ سروانی را به‌همراه داشت، ابتدا در تشکیلاتی در اسوستری[4] به خدمت گمارده شدم که متصدیان دستگاههای رادار را آموزش می‌داد و سپس به ستاد یک تیپ ضد هوایی در اورکنیز[5] رفتم که در آنجا مسئول استقرار رادارها برای دفاع از اسکاپا فلو[6] شدم. سرانجام در ۱۹۴۲ به گروه آزمایشهای هوایی در لیدستپ منتقل شدم.

در میان پرسنل شاخهٔ آزمایشهای هوایی، تیمی متشکل از ۴۰ دختر وجود داشت که محاسبات لازم برای تحلیل عملکرد تجهیزات ضدهوایی را انجام می‌دادند و من مسؤولیت نظارت بر محاسبات آنها را برعهده داشتم. یکی از وظایف آنها کاربری تئودولیت[زاویه‌یاب]های حرکتی برای مسیریابی هدف بود. تئودولیت حرکتی یک جفت دوربین تلسکوپی هم‌زمان در دو انتهای یک خط مبنا با طول حدوداً ۲ مایل بود که می‌توانستند زاویه‌های مربوط به هدف را به طور هم‌زمان به‌دست دهند (خواه یک هواپیما، خواه آستینهای نشانه‌گیری رادار که پشت هواپیما یدک کشیده می‌شد). به‌کمک داده‌های حاصل، امکان محاسبهٔ نسبتاً دقیق موقعیتهای هدف و چگونگی وابستگی این موقعیتها به زمان، در حین حرکت هدف در طول مسیر پروازش، فراهم می‌شد. این کار در عمل، مقداری محاسبات مثلثاتی سه‌بعدی نامطبوع بود. در اوایل ورودم به لیدستپ، طبق عرف نقشه‌برداران ارتش این کار با مداد و کاغذ و به‌کمک جدولهای ۷رقمی تابعهای مثلثاتی انجام می‌شد. اما هرچند نقشه‌برداران علاقهٔ موجهی به تعیین موقعیتی تا یک‌دهم اینچ داشتند، چنین کاری برای یک هدف هوایی با توجه به خطاهای غالب ذاتی در توپخانه، بیهوده بود. یکی از نخستین اصلاحات من، استفاده از جدولهای ۴ رقمی و تجهیز اتاق محاسبات با ماشینهای حساب رومیزی به جای نوشتن مجموعهای طولانی با مداد و کاغذ بود. ماشینهای حساب از خزانه‌داری بیرون آورده شدند. در آنجا آنها را در قفسه‌هایی بزرگ با این تصور نگهداری می‌کردند که ممکن است در آینده، برای اهداف مالی مورد استفاده قرار گیرند.

مطالبی از ریاضیات بود که من هیچ دانش قبلی از آنها نداشتم؛ به‌خصوص، لازم بود چیزهایی دربارهٔ روشهای عددی و آمار بیاموزم. از روی کتاب ویتاکر[7] و رابینسن[8] مطالبی دربارهٔ موضوعاتی همچون تفاضلهای متناهی و درونیابی یاد گرفتم. برای تشریح مسیر یک گلولهٔ توپ، با در دست داشتن زاویهٔ تراز اسلحه‌ای که آن را شلیک کرده، جدولهای دامنهٔ مجموعها برحسب مختصات دکارتی توپ در بازه‌های متوالی با فاصلهٔ زیاد از یکدیگر در طول مسیر حرکت آن، در دسترس بود. به ذهن مفسران جدولهای دامنه خطور نکرده بود که نمایش این داده‌ها برحسب مختصات قطبی طبیعی‌تر خواهد بود، و حتی وقتی این کار انجام شد، کار غیربدیهیِ درونیابی دوبعدی این داده‌ها باقی ماند. حکمی منسوب به کولموگوروف وجود دارد حاکی از اینکه یک تابع پیوسته از d متغیر مستقل را می‌توان برحسب یک چندجمله‌ای از $۱ + 2d$ تابع تک‌متغیره بیان کرد؛ اما من از این نتیجه تا بعد از پایان جنگ اطلاع نداشتم. با وجود این، اندکی پس از ورود به لیدستپ پی‌بردم که این نتیجه، در حالت خاص $d = ۲$، حداقل برای توپهای ضدهوایی با مختصات قطبی ″۳٫۷ و ″۴٫۵ (۳٫۵ اینچ و ۴٫۵ اینچ) آشکارا درست است. از این رو ما جدولهای دامنهٔ این سلاحها را برحسب ارتفاع ۴۵ درجه و ارتفاع مماس دوباره محاسبه کردیم و توانستیم مسیر پیش‌بینی‌شده را با استفاده از درونیابی یک‌بعدی کامل کنیم.

عدم آشنایی با فنون آماری، نقص عمدهٔ دیگری در تحصیلات ریاضی قبلی من بود

1. P. W. Woods

* از میان ۳۳ داوطلب آزمون مقدماتی ریاضیات در سال ۱۹۴۰، ۱۱ نفر رتبهٔ نخست، ۱۵ نفر رتبهٔ دوم، و ۷ نفر رتبهٔ سوم را کسب کردند.

2. Easter Term 3. Pembrokeshire 4. Manorbier 5. Lydstep
6. Ministry of Supply 7. Arborfield 8. Shrivenham
9. Worsham

1. Regent Street Polytechnic 2. Watchet 3. Somerset
4. Oswestry 5. Orkneys 6. Scapa Flow 7. Whittaker
8. Robinson

و برای رفع آن یک مرخصی چندهفته‌ای برای بازگشت به کیمبریج گرفتم. جلد اول کتاب کندال دربارهٔ آمار ریاضی، تازه منتشر شده بود. من همچنین کتاب فیشر دربارهٔ روشهای آماری برای پژوهشگران را خواندم. فنون آماری در لیدستپ نقش مهمی برای اطمینان یافتن از عملکرد رادارهای ضدهوایی و پیشگوها و نیز ارتباط نظامی با مؤسسهٔ تحقیقات رادار در مالورن[1] در زمینهٔ تولید رادارها ایفا می‌کردند.

در اواخر جنگ به درجهٔ سرگردی ارتقا یافتم و به‌عنوان مشاور دفتر اردنانس[2] در لندن منصوب شدم. شلیکهای ضدهوایی که در آغاز جنگ بسیار نادقیق بود تا پایان جنگ به‌تدریج بهتر شده بود. به‌خصوص به دلیل متداول شدن فیوزهای انفجار از راه دور گلوله‌های توپ، ساقط کردن بمبهای V1 در مقایسه با قبل ساده‌تر شده بود. علی‌رغم این، بمبهای پرندهٔ V2، موشکهای بالستیکی و بنابراین غیرقابل اصابت بودند. دیری نپایید که ظهور سلاحهای هسته‌ای، بحث در دفتر اردنانس دربارهٔ دفاع هوایی لندن را به بحثی بی‌ثمر بدل کرد. دفتر توپخانهٔ ضدهوایی عملاً بسته شد».

فعالیتهای پس از جنگ

همرزلی ادامه می‌دهد:

«در سال ۱۹۴۶، به‌عنوان دانشجوی کارشناسی کالج امانوئل به کیمبریج بازگشتم. گاه‌وبیگاه، سفرهای اتفاقی به لندن برای انجام وظایفی در دفتر اردنانس پیش می‌آمد؛ اما این سفرها ارتباط چندانی به آیندهٔ تسلیحات ضدهوایی نداشت.

در زمان دانشجویی در دانشگاه کیمبریج طی دو سال پس از جنگ بسیار بیشتر از سالهای ۱۹۳۰ـ۱۹۴۰ انگیزه داشتم و همچنین از این اقبال برخوردار بودم که تحت تعلیم معلمان بهتری قرار گیرم، به‌خصوص وارد[3] و تاد[4] در ریاضیات محض و لیتلتون[5] در ریاضیات کاربردی. در سال ۱۹۴۸ رتبهٔ ممتاز (رانگلر[6]) را در بخش ۲ی تراپیس ریاضی[7] به‌دست آوردم.

در سال ۱۹۴۸ به نظرم رسید که مایلم شانس خود را برای یافتن شغلی آکادمیک در ریاضیات یا آمار ریاضی بیازمایم. آن زمان در کیمبریج، هیچ جای خالی برای من نبود و لذا برای پستهای خالی مربیگری در دانشگاههای ریدینگ[8] و سنت‌اندروز[9] درخواست فرستادم؛ اما درخواستهای من با توفیق همراه نبود. با این حال، سمتی به‌عنوان دستیار تحصیلات تکمیلی در آکسفرد، در مرکز آموزشی طرح و تحلیل آزمایشهای علمی، به‌دست آوردم.

این مرکز آموزشی، دپارتمان کوچکی بود با یک مدیر و دو دستیار دانشجوی تحصیلات تکمیلی (که یکی از آنها من بودم) همراه با یک منشی و دو خانم که با ماشین حساب رومیزی کار می‌کردند. در آن زمان، این بخش تنها ارائه‌دهندهٔ معروف خدمات آماری در آکسفرد بود و حوزهٔ عمل آن به‌طور عام شامل هر نوع مسأله‌ای می‌شد که ممکن بود در رشته‌های گوناگون مطرح شود. این مرکز همچنین موظف به ارائهٔ درسها و سخنرانیهایی دربارهٔ آمار بود. به عنوان مثال، من عهده‌دار ارائهٔ درسی در دپارتمان جنگلداری برای جنگلبانان ماورای بحار دربارهٔ گردآوری و تحلیل داده‌های مربوط به درختان و رشد آنها شدم.»

آکسفرد

همرزلی تا سال ۱۹۵۵ که در سمت کارمند ارشد علمی[10] به مؤسسهٔ تحقیقات انرژی اتمی در هارول[11] منتقل شد، پُست دستیار آموزشی را در دپارتمان طرح و تحلیل آزمایشها در دانشگاه به عهده داشت. او در سال ۱۹۵۹ در سمت کارمند تحقیقاتی ارشد مؤسسهٔ اقتصاد و آمار به آکسفرد بازگشت. این سمت، تقریباً مشابه با سمت مدرس دانشگاه اما بدون وظایف تدریس رسمی و عضویت دانشکده بود.

در طول همین دوره بود که پیوندی با کالج ترینیتی برقرار کرد که تا پایان عمرش پابرجا ماند. وقتی موران[1] (عضو انجمن سلطنتی)، در اواخر سال ۱۹۵۱ آکسفرد را به مقصد دانشگاه ملی استرالیا ترک کرد، همرزلی وظایف آموزشی او را به‌عنوان مدرس ریاضیات به‌عهده گرفت. مدت زیادی از انتخاب او به‌عنوان عضو پژوهشی ارشد در سال ۱۹۶۱ نگذشته بود که عضو رسمی کالج شد. در ۱۹۶۹ به دانشیاری[2] در آمار ریاضی ارتقا یافت و به‌عنوان عضو حرفه‌ای[3] در ترینیتی انتخاب شد، دو مقامی که تا زمان بازنشستگی‌اش در سال ۱۹۸۷ در آنها باقی ماند. گاهی گفته می‌شود که از بدو تأسیس کالج ترینیتی در ۱۵۵۵، همرزلی دومین عضو ریاضی در ترینیتی بعد از تامس الن (که در سال ۱۵۶۴ انتخاب شد) بوده است. ولی به‌طور مستدل می‌توان گفت که وی در حقیقت اولین عضو بوده است. در اواخر قرن شانزدهم، از همهٔ اعضای ترینیتی خواسته شد که سوگند تفوق[4] یاد کنند، ولی الن به قیمت خروج از دانشکده در سال ۱۵۷۱، از آن سر باز زد. در طول همان دوره و بعد از آن بود که فعالیتهای ریاضیاتی الن گسترش یافت؛ گرچه گفته می‌شود که برخلاف همرزلی، «کم نوشت و هیچ چیز منتشر نساخت».

علی‌رغم اینکه همرزلی در سالهای ۱۹۵۵ تا ۱۹۵۹ هیچ سمت رسمی در دانشگاه نداشت، نخستین دانشجو از چهار دانشجوی دکتری‌اش را در اکتبر سال ۱۹۵۶ گرفت. وی دفترکاری در خیابان کیبل رود[5] داشت و به‌نظر می‌رسد که بسیاری از اوقات خود را در آنجا می‌گذرانده است. از سال ۱۹۵۹ تا زمان بازنشستگی‌اش در سال ۱۹۸۷، در حالتی که به‌نظر، عزلتی باشکوه می‌آمد، در دفتر کارش در مؤسسهٔ اقتصاد و آمار کار می‌کرد. تا جایی که معلوم است، به غیر از دیدن دانشجویان تحصیلات تکمیلی‌اش و تدریس به تعداد کمی دانشجوی کارشناسیِ ترینیتی، وقت خود را به پژوهش اختصاص داده بود.

سر ناهار یکشنبه در آکسفرد، مدت کوتاهی بعد از ورودش به آنجا، با گون بیکول[6] که در سال ۱۹۵۱ همسر وی شد، برای اولین بار ملاقات کرد. آنها صاحب دو پسر به نامهای جولیان و هوگو شدند.

هرچند سمت دانشگاهی او در زمینهٔ ریاضیات نبود، وی عضو هیأت علمی بود و تحت لوای آن تدریس می‌کرد و امتحان می‌گرفت. همرزلی به‌خاطر توقعات زیادش از دانشجویان کارشناسی، انگشت‌نما بود. به‌عنوان مثال، یک سال، درسی بدون امتحان با عنوان «حل مسأله» ارائه کرد که تعداد کمی از دانشجویان در آن دوام آوردند. در سال ۱۹۶۶، به‌عنوان ممتحن امتحانات نهایی، دشوارترین تکالیف امتحانی را تا آنجا که کسی به‌خاطر می‌آورد، طرح کرد (یا حداقل به آن متهم شد). سال ۱۹۶۶ به خاطر سؤالی که او در زمینهٔ معادلات دیفرانسیل طرح کرد و با این عبارت آغاز می‌شد: «اگر یک تکه هویج، در لحظهٔ $t = ۰$، در βـ‌ایندولیل[7] استیک اسید فرو برده شود . . .»، به «سال هویج» مشهور شد.

1. Malvern 2. Ordnance 3. A. J. Ward 4. J. A. Todd
5. R. A. Lyttleton 6. Wrangler
۷. mathematical tripos، نوعی امتحان سنتی در کیمبریج.ـم.
8. Reading 9. St Andrews 10. Principal Scientific Officer
11. AERE Harwell

1. P. A. P. Moran 2. Reader 3. Professorial Fellow
۴. supermacy؛ قانون تفوق هنری هشتم پادشاه انگلستان، و جانشینان او، به‌عنوان تنها رهبر عالی کلیسای انگلستان بر روی زمین.ـ م.
5. Keble Road 6. Gwen Bakewell 7. β-indolyl

فنون ریاضیات پایه در نظر همرزلی خیلی بیشتر از بسیاری از دستاوردهای پیشرفته اهمیت داشت. زمانی در یک جلسهٔ ممتحنین از این موضع خود عقب ننشست که در یک سؤال احتمال پیشرفته نمرهٔ نسبتاً زیادی برای استفادهٔ درست از کسرهای جزئی داده شود.

برای دانشجویان و همکارانش همیشه ساده نبود که در برابر معیارهای ذهنی انعطاف‌ناپذیری که همرزلی تعیین کرده بود، قد علم کنند. اما این یک میدان عمل منصفانه برای همه بود و او معیارهایش را برای خودش نیز همچون سایرین اعمال می‌کرد. محض اطلاع ریاضیدانان کنونی می‌گوییم که او طی دورهٔ کاری‌اش فقط راهنمایی ۸ دانشجوی دکتری را به‌عهده گرفت که حداقل ۵ نفر از آنها مسیر خود را تا مرحلهٔ زندگی حرفه‌ای موفقیت‌آمیز ادامه دادند. وی از این دانشجویان انتظار داشت که آن‌گونه که جان هالتن[1]، توصیف کرده است، ارزش خود را نشان دهند:

«عموزاده‌ام توجه مرا به یک آگهی تبلیغاتی در روزنامهٔ آبزرور جلب کرد ...، پذیرش تقاضا برای دانشجوییِ پژوهشی در سازمان انرژی اتمی بریتانیا[2] برای تحصیل در زمینهٔ روشهای مونت‌کارلو تا اخذ درجهٔ دکتری در آکسفرد. . .، چند هفته بعد، برای حضور در امتحان، به محل سازمان دعوت شدم. با تصور مبهمی از آنچه مراد آنها بود، رفتم. در آنجا تعدادی داوطلب دیدم که به قدر خودم سردرگم بودند و به سمت سالنی مجهز به تعدادی میز و صندلی کوچک، راهنمایی شدیم. جان همرزلی، با گامهای بلند به سمت تریبون رفت؛ خودش را معرفی کرد و از ما خواست به سؤالات آزمون چهار ساعته‌ای پاسخ دهیم. آزمون شامل ۱۲ سؤال بسیار سخت ریاضی بود. من سعی کردم مسأله‌ها را یک‌به‌یک حل کنم. رویکردهای ممکن را پیشنهاد کردم و کوشیدم به سؤالات مطرح‌شده پاسخ دهم ولی موفقیت چندانی نداشتم. در پایان چهار ساعت، برگه‌ها جمع شد و ما نگران منتظر نتایج ماندیم».

پیتر مارسر[3] داستان را ادامه می‌دهد:

«شب قبل از روز مصاحبه چقدر بی‌خوابی کشیدم (و فکر می‌کنم دیگران هم همین‌طور بودند). وقتی هر یک از ما از اعضای کمیته، جان و پروفسور فلاورز، پرسیدیم که پاسخها چیست‌اند و چگونه می‌توان مسأله‌ها را حل کرد، تنها به گفتن این اکتفا کردند که جان در جلسهٔ پرسش و پاسخ اعضای بخش فیزیک نظری هاروِل این سؤالات را از میان سؤالهایی که اعضای بخش سعی در یافتن پاسخ آنها داشتند جمع‌آوری کرده است! یعنی هنوز هیچ پاسخی برای این پرسشها وجود نداشت، و کمیته تنها می‌خواست ببیند که ما داوطلبان، چگونه رویکردی می‌توانیم برای پرداختن به آنها ارائه کنیم. فکر می‌کنم این قصه، خلاصهٔ نظرم دربارهٔ جان است، ذهنی قوی، که گاهی رفتار شیطنت‌آمیز دارد، اما برای اهداف عالی! و مهم‌تر از همه، مردی بزرگ از مکتب قدیم. آشنایی با او شعف‌انگیز بود، جای خالی‌اش به تلخی احساس می‌شود، و من بسیار به او مدیونم».

نتیجهٔ داستان بالا این بود که هالتن، مارسر، دیوید هندزکم[4]، و جیلیان بردوود[5]، برای تحصیل تحت راهنمایی همرزلی انتخاب شدند.

همرزلی برای مدتی در آکسفرد و کالیفرنیا به یک اندازه خود را در خانه حس می‌کرد. او «در سیمپوزیومهای برکلی» دربارهٔ آمار ریاضی و احتمال به طور منظم شرکت می‌کرد و دوست نزدیک آماردان برجسته، جرزی نیمن[6] بود. وی نیمسالِ اول سالهای ۱۹۵۸ و ۱۹۶۱ را به‌ترتیب در اوربانا در ایلینوی

1. John Halton 2. UKAEA 3. Peter Marcer
4. David Handscomb 5. Jillian Beardwood
6. Jerzy Neyman

و آزمایشگاه تلفن بل در نیوجرسی گذراند. در هر دوی این سفرها شاگردان تحصیلات تکمیلی‌اش او را همراهی می‌کردند.

او شاید به‌خاطر سنش بعد از خدمت نظام، هرگز برای تحصیل دکتری اقدام نکرد؛ اما در سال ۱۹۵۹ دانشگاه کیمبریج، درجهٔ ScD (دکتری علوم) و در همان سال دانشگاه آکسفرد نیز درجهٔ DSc (دکتری علوم) به او اعطا کرد. همچنین در سال ۱۹۶۶ مدال فون نویمان را به‌خاطر ریاضیات کاربردی از دانشگاه بروکسل و در سال ۱۹۸۴ مدال طلای مؤسسهٔ ریاضی و کاربردهای آن[1] و در سال ۱۹۹۷ جایزهٔ پولیا را از انجمن ریاضی لندن دریافت کرد. در سال ۱۹۷۶ به عضویت انجمن سلطنتی برگزیده شد. او سخنرانی رزبال[2] ۱۹۸۰ را در دانشگاه کیمبریج ایراد کرد و گزارشی از آن را در [۲۶] منتشر ساخت.

پس از بازنشستگی از مدرسی دانشگاه آکسفرد در سال ۱۹۸۷، به مرکز ریاضیات کاربردی و صنعتی آکسفرد[3] (OCIAM) رفت. او با قرار دادن تجربهٔ ریاضی وسیع‌اش در اختیار هر کسی که خواستار آن بود، این مهمان‌نوازی را جبران کرد.

بسیاری از دوستان و همکاران همرزلی در سال ۱۹۹۰ به‌مناسبت بزرگداشت هفتادمین سالروز تولد وی در مؤسسهٔ ریاضی آکسفرد گرد هم آمدند. به افتخار او، کتابی تحت عنوان بی‌نظمی در سیستمهای فیزیکی [۱۷] با مقاله‌هایی از افرادی که از ایده‌های وی بهره برده بودند، منتشر شد. همرزلی سخنرانی اختتامیهٔ این نشست را با عنوان «آیا جبر، خزعبلات است؟» ایراد کرد، اما برخلاف معمول، در این سخنرانی از پاسخ‌دادن به این سؤال خودداری کرد!

در سالهای آخر می‌شد او را در ویلو کاتج در حال مطالعه، حل جدول کلمات متقاطع، و کار دربارهٔ خوشه‌های اِدِن[4] یافت. وی در ۲ مه ۲۰۰۴ درگذشت.

جان همرزلی، ریاضیدان

جان همرزلی ریاضیدانی فوق‌العاده مبتکر و مسأله‌حل‌کنی برجسته و جسور بود. وی توانایی کم‌نظیری در کشف دقیق ریاضیات پایه در بطن یک مسألهٔ علمی و بنیانگذاری یک نظریهٔ سودمند داشت. وی آنچه را که ریاضیات ملموس[5] می‌نامید، به ریاضیات انتزاعی[6] ترجیح می‌داد؛ یعنی حل مسأله را برتر از «ریاضیات خیلی سطح بالا» می‌دانست که به‌شدت منتقد آن بود.

رده‌بندی مرسوم نوین ریاضیات به رده‌های «محض»، «کاربردی»، و «آمار» ممکن است شکاف میان این حوزه‌ها را برجسته سازد، شکافهایی که باید پر شوند. همرزلی چنین نگرشی را مردود می‌دانست. هنگام مواجهه با یک مسألهٔ عملی، هر آنچه را که می‌توانست منجر به یافتن راه‌حل مسأله شود، مورد استفاده قرار می‌داد. گرچه این رویکردِ «با دست‌خالی»، همیشه به شسته‌رفته‌ترین راه‌حل، نمی‌انجامد، در مورد همرزلی، بیشتر ریاضیات حاصل از کار او، با گذر زمان آزمون خود را پس داد. چندین مسأله که وی آنها را فرمول‌بندی و به‌طور جزئی حل کرد، بعداً به‌صورت نقاط تحول ترکیبیات و احتمال در آمدند. به‌عنوان مثال، کارهای وی در زمینهٔ قدم‌زدن‌های ازخودگریز[7]

1. Institute of Mathematics and its Applications
2. Rouse Ball lecture
3. Oxford Centre for Industrial and Applied Mathematics
4. Eden 5. implicated 6. contemplative
7. self-avoiding walks

و پرکولاسیون، در نظریهٔ تحول لوئونری[1] تصادفی که امروزه منجر به بازنگری رابطهٔ میان احتمال و نظریهٔ میدان همدیس شده است، جنبهٔ بنیادی دارد. نتایجی که همرزلی، دربارهٔ مسألهٔ اولام[2] به‌دست آورد، زمینهٔ اصلی برهان [۲] این موضوع است که حد ضعیف مربوط، توزیع تریسی-ویدوم[3] است. این دو مبحث عمومی، به گواهی اعطای نشانهای فیلدز در سال ۲۰۰۶ به وندهلین ورنر[4] و آندری آکونکوف[5]، در زمرهٔ سرزنده‌ترین بخشهای ریاضیات معاصر هستند.

مقالهٔ [۵۸] که با همکاری بیل مورتن نوشته شده است، از دو لحاظ نقطهٔ عطفی در کارهای اولیهٔ اوست. نخست آنکه، نشانهٔ آغاز مطالعهٔ گستردهٔ همرزلی دربارهٔ مسائل گسسته در احتمال و مکانیک آماری اوست. ثانیاً این مقاله شامل دو مسأله و یک فن است که توجه زیادی را در ۵۰ سال اخیر به خود جلب کرده است. برخلاف عنوان مقاله، «مونت کارلوی آدم فقیر»، این اثر ماندگار شامل بیان روشنی از مسألهٔ شمردن قدم‌زدن‌های ازخودگریز، استفاده از زیرجمعی‌بودن برای اثبات وجود ثابت رابط، و بحث محیطهای تصادفی است که در فرمول‌بندی سایمن برودبنت[6] از مدل پرکولاسیون به اوج می‌رسد.

اینها و سایر موضوعات، در بخشهای آتی، با تفصیل بیشتری مورد بحث قرار می‌گیرند، و مقاله با شرح خلاصه‌ای از اینکه چگونه کارهای همرزلی بعداً انگیزه‌بخش زمینه‌های وابسته بوده است، پایان می‌پذیرد.

محاسبهٔ دستی و رایانه‌ای/ برآورد

کارهای علمی اولیهٔ همرزلی بر مبنای ریاضیاتی بود که در طول جنگ روی آن کار می‌کرد. اولین اثر منتشرشدهٔ او، برخاسته از نظرات مستقل سرگرد بیلی[7] و سرگرد همرزلی در بحثی بود که پس از ارائهٔ مقاله‌ای دربارهٔ فرایندهای تصادفی به‌وسیلهٔ بارتلت [۳] در سمیناری دربارهٔ خودهمبستگی در سریهای زمانی درگرفت. این سمینار در سال ۱۹۴۶ در انجمن سلطنتی آمار برگزار شد. مسأله‌ای که بیلی و همرزلی با آن مواجه بودند، نشأت‌گرفته از آزمایشهای تجهیزات ضدهوایی بود. جزئیات آن در زمرهٔ «گزارشهای غیرقابل دسترس برای عموم» قرار داشت، اما منبع [۵۱] برخی نتایج به‌دست آمده از آن را به اختصار دربردارد.

به دنبال آن رشته مقالاتی دربارهٔ مسائل عمدتاً نامرتبط با هم نوشت که بسیاری از آنها به محاسبات سخت و برآورد مربوط بود. احتمالاً اولین اثر مهم او در این زمینه مقاله‌ای بود [۵۴] دربارهٔ برآورد پارامترها وقتی فضای پارامتر، مجموعهٔ گسسته‌ای از نقاط است. به‌عنوان مثال، وی نشان داد که اگر میانگین نامعلوم یک جامعهٔ نرمال با واریانس مفروض، صحیح‌مقدار در نظر گرفته شود، آنگاه برآورد ماکسیمم درستنمایی آن، نزدیک‌ترین عدد صحیح به میانگین نمونه است. علاقهٔ وی به زمینه‌هایی از این دست، برخاسته از یک مسألهٔ برآورد جرم مولکولی انسولین بود که ممکن است ضمن کارش به‌عنوان مشاور مسائل آماری اعضای هیأت علمی دانشگاه در علوم طبیعی، توجه وی را به خود جلب کرده باشد.

مسأله‌ای ریاضی در [۵۴] بود که منجر به مقالهٔ [۵۵] دربارهٔ فرمول مجانبی برای مجموعهای حاصلضربهای اعداد طبیعی شد. اگر به مقالهٔ [۵۵] بدون ارتباط با سایر مطالب نگریسته شود، چندان توجیهی برای آن دیده نمی‌شود. ولی قطعاً مهارتهای تحلیلی قوی همرزلی را نشان می‌دهد و توجه پال اردوش را که یکی از مسائل مطرح‌شده در آن را حل کرد [۸]، به خود جلب نمود. اکنون آشکار است که او در [۵۵]، در حقیقت، در حال محاسبهٔ آن چیزی بود که کرامر [۵]، اخیراً به‌عنوان «عبارات مهم» برای مد اعداد استرلینگ نوع اول، توصیف کرده است.

جان همرزلی در طول مابقی زندگی علمی‌اش این علاقه به روشهای محاسباتی و علوم رایانه را عمدتاً به‌واسطهٔ کارهایش در زمینه شبیه‌سازیهای بزرگْ‌مقیاس (که در زیر می‌بینید) حفظ کرد.

احتمال کاربردی

ظاهراً همرزلی در دورهٔ بین ترک خدمت نظامی و شروع همکاری‌اش با مورتن سعی می‌کرده بختش را در گستره‌ای از مسائل در احتمال کاربردی، آنالیز سخت[1] و محاسبات بزرگ‌مقیاس بیازماید. به عنوان مثال، وی در [۵۲] مسأله‌ای برگرفته از طرح آزمایشها را درنظر گرفت که می‌توان آن را به‌صورت زیر بیان کرد: با در دست‌داشتن گردایه‌ای از k سکهٔ تقلبی و $n-k$ سکهٔ سالم، چگونه می‌توان سکه‌های تقلبی را تشخیص داد؟ علاقهٔ وی به هندسهٔ تصادفی در [۵۳] مشهود است که در آن توزیع فاصلهٔ میان دو نقطه را که به طور مستقل و یکنواخت روی کرهٔ nبعدی توزیع شده‌اند، بررسی کرده است. در [۵۶] حالت خاصی از یک حدس فِیش توت[2] دربارهٔ مجموع طول اضلاع یک چندوجهی محدب شامل کره‌ای به قطر واحد را ثابت کرده است. مقالهٔ [۵۷] دربارهٔ قدم‌زدن‌های مارکوفی روی شبکه‌های بلور است که از بررسی انتشار الکترونها در بلورهایی همچون شبکه‌های حاصل از تنگ‌چینی کروی شش‌ضلعی نشأت گرفته است.

در حوالی سال ۱۹۵۳، مسأله‌ای در شمارش تعداد سلولهای خون را بررسی کرد که در بخش آسیب‌شناسی بالینی درمانگاه رادکلیف[3] در آکسفرد مطرح شده بود. معلوم شد که مسألهٔ ریاضی مربوط در اینجا معادل است با یافتن توزیع احتمال تعداد شکافهای بین بازه‌هایی به طول تصادفی که به تصادف روی یک دایره قرار داده شوند. همرزلی (با استفاده از آنالیز سخت) نشان داد که این توزیع به‌طور مجانبی نرمال است. سریل دامب (عضو انجمن سلطنتی)، شرحی از تاریخچه و شاخه‌های این مسألهٔ خاص ارائه داده است [۶] و این کار همرزلی، استعداد ذاتی او را در برگزیدن مسائل اصالتاً جالب و سختِ علوم کاربردی و تبدیل آنها به ریاضیات معتبر نشان می‌دهد.

وی در [۶۰]، نتیجهٔ کلاسیکی از مارک کاتس[4] را که در ارتباط با تعداد صفرهای یک چندجمله‌ای با ضرایب تصادفی است، گسترش داد. نتایج کاتس در مورد میانگین تعداد صفرها در حالتی بود که ضرایب، مستقل از یکدیگر، دارای توزیع مشترک نرمال هستند، و همرزلی تعمیمی اساسی، اما پیچیده، از آن را ارائه داد. فعالیتهای اخیر در این زمینه، توسط فریدمن [۱۲]، فرهمند [۱۰]، و رامپونی [۳۸] توصیف شده است.

مؤثرترین کار همرزلی در احتمال کاربردی، تحقیقات وی در زمینهٔ پرکولاسیون و ویژگیهای هندسی بزرگْ‌مقیاس n نقطه است که به‌تصادف به

1. stochastic Löewner evolution 2. Ulam 3. Tracy-Widom
4. W. Werner 5. A. Okounkov 6. Simon Broadbent 7. Bayley

1. hard analysis 2. Fejes Toth 3. Radcliffe Infirmary
4. Mark Kac

ناحیه‌ای کراندار از فضای اقلیدسی افکنده شده‌اند. مجدداً به این دو حوزه باز خواهیم گشت.

حال که شرح مختصری از کارهای اولیهٔ همرزلی آورده‌ایم، به کارهای وی بعد از بازنشستگی که تقریباً همهٔ آنها به رشد بلورها مربوط می‌شود، باز می‌گردیم. وی با همکاری ماتزارینو دربارهٔ یک معادلهٔ دیفرانسیل مرتبهٔ سوم به‌عنوان مدلی برای رشد یک بلور در مایعی با دمای فوق‌العاده سردشده تحقیق کرد ([۷۷]، [۷۸]). در پی این کار «کلاسیک»، دو مقالهٔ پژوهشی نهایی‌اش را با نگاهی به مدل تصادفی معرفی‌شده توسط موری ادن[1] برای رشد سلولهای زیستی نوشت. مدل ادن برخلاف سادگی ظاهری‌اش، توجه زیادی را در طول سالها به خود جلب کرد.

فرض می‌شود «سلول»ها، در ساده‌ترین صورت، مربعهای بستهٔ واحدی در یک شبکهٔ مربعی دوبعدی هستند. در بدو امر، همهٔ سلولها بجز یکی، به رنگ سفید رنگ‌آمیزی شده‌اند و سپس در هر لحظه، یکی از آنها سیاه می‌شود. سازوکار رشد، به‌صورت زیر است. یالی از شبکه، فعال نامیده می‌شود اگر یک سلول سیاه را از یک سلول سفید جدا کند. در مرحلهٔ n، یک یال فعال به تصادف انتخاب شده و سلول سفید مرتبط با آن به رنگ سیاه رنگ‌آمیزی می‌شود. در لحظهٔ n، خوشه‌ای مانند C_n شامل $n+1$ سلول سیاه، موجود است. شکلهای C_n، دارای توزیعی با مدل پرکولاسیونِ نخستین گذر به‌صورت توضیح‌داده‌شده در زیر هستند، به شرط آنکه زمانهای گذر از یال آن مدل، دارای توزیع نمایی باشند.

سؤالهای طبیعی مورد علاقه دربارهٔ این فرایند اینها هستند: (i) C_n به‌ازای nهای بزرگ به چه شکل است؟ (ii) «دریاچه»های سلولهای سفید پیش از آنکه سرانجام توسط سلولهای سیاه پر شده و محو شوند، تا کجا رشد می‌کنند؟ در [۳۰]، همرزلی بحثهای غیردقیقی ارائه کرد که از آن چنین برمی‌آمد که همهٔ دریاچه‌ها در «جزیرهٔ» C_n، با احتمال زیاد، در فاصلهٔ $O(\log n)$ از ساحل قرار می‌گیرند.

همرزلی (با ماتزارینو) در مقالهٔ پژوهشی ماقبل آخرش [۷۹] شبیه‌سازی مونت‌کارلوی بزرگْ‌مقیاسی ترتیب دادند که در آن خوشه‌هایی به بزرگیِ مرتبهٔ ۱۰۹ رشدیافته و کمیتهای متعددی همچون میانگین شعاعهای خوشه‌ها برآورد شدند. نویسندگان مباهات می‌کردند که توانسته‌اند این کار محاسباتی عظیم را تنها با استفاده از ۲۴ مگابایت از یک ماشین کانوِکس ۲۲۰، در مقایسه با شبیه‌سازیهای زابولیتسکی و اشتوفر [۵۰] با استفاده از یک کرِی ۲ با چهار پردازشگر موازی و یک ذخیرهٔ عظیم ۲۰۴۵ مگابایتی، انجام دهند.

موضوعی که در این دو مقاله بسیار مورد توجه است، «همواری سطح» یک خوشهٔ نوعی است. در تحلیل نظری انجام‌شده در [۸۰] از نظریهٔ مهارها[2]، آن‌گونه که همرزلی در سال ۱۹۶۷ معرفی کرده است، استفاده شد. مهارها را می‌توان به زبان ساده به عنوان تعمیمی فضایی از یک مارتینگل توصیف کرد. به‌نظر می‌رسد که مهارها از سال ۱۹۶۷ به بعد چندان مورد توجه قرار نگرفته‌اند، گرچه مقالهٔ اصلی همرزلی در این زمینه [۷۰] یکی از ۴۵ مقاله‌ای بود که در زمرهٔ آثار اساسی دربارهٔ قانونهای مقیاس‌بندی که سطوحِ به‌طور تصادفی تولیدشده را مشخص می‌کنند، انتخاب و در [۹] تجدید چاپ شد.

1. Murray Eden 2. harnesses

روشهای مونت‌کارلو

جان همرزلی در همان اوایل آغاز زندگی علمی‌اش، به‌جستجوی روشهایی برای انجام دادن محاسبات بزرگ پرداخت. تجهیزات موجود در آن زمان، محدود و غیرقابل اعتماد بودند. وی همچون دورهٔ خدمتش در ارتش، استاد ماشین‌حساب‌های رومیزی و رایانه‌های اولیه شد. استفاده از منابع محاسباتی به روالی کارا و اقتصادی در نظرش بسیار مهم بود و این نگرش را در سرتاسر زندگی‌اش داشت. او به‌خاطر داشتن رکورد جهانی سال ۱۹۶۱ برای کار بی‌وقفه با رایانه به مدت ۳۹ ساعت به خود می‌بالید.

امتیاز نامگذاری و بنیانگذاری سیستماتیک روشهای مونت‌کارلو، معمولاً به فرمی[1] (عضو انجمن سلطنتی)، متروپولیس[2]، فون نویمان، و اولام نسبت داده می‌شود. این حوزه، همرزلی را شیفتهٔ خود کرد. ایدهٔ این مبحث این است که می‌توان یک کمیت را با محاسبات دربردارندهٔ اعداد تصادفی برآورد کرد. یک هدف عمده، کاهش درجهٔ تغییرات در برآورد و بدین‌ترتیب، افزایش دقت نتیجه است.

به‌نظر می‌رسد علاقهٔ همرزلی به روشهای مونت‌کارلو از شرکت وی در یک سمپوزیوم برکلی در اوایل دههٔ ۱۹۵۰ نشأت گرفته است. وی در مراجعت به آکسفرد درسی در سطح کارشناسی ارشد در این زمینه ارائه کرد. در بین حاضران، بیل مورتن حضور داشت که به‌تازگی از آکسفرد فارغ‌التحصیل شده و شغلی در هارول به‌دست آورده بود. تقریباً در همین زمان بود که همرزلی کارگاهی در زمینهٔ روشهای مونت‌کارلو در هارول ترتیب داد که در آن سایمن برودبنت را ملاقات کرد.

با مورتن بود که همرزلی مقالهٔ «مونت‌کارلوی مرد فقیر» [۵۸] را نوشت. تز ابتدایی مقاله این بود که لزوماً به ماشینهای بزرگ با سرعت بالا برای استفادهٔ کارا از مونت‌کارلو نیازی نیست. برای تشریح این نکتهٔ مهم، نویسندگان مقاله به گستره‌ای از مثالها همچون قدم‌زدن‌های از خودگریز متوسل شدند. در میان مثالهای جالب توجه آنها، آزمودن یک فرضیهٔ کوانتومی از الکساندر تام[3] دیده می‌شود. تام قطرهای ۳۳ دایرهٔ درونید در اسکاتلند غربی را اندازه‌گیری کرد و برمبنای داده‌های (صحیحْ‌مقدار)، حدس زد که این قطرها گرایش به این دارند که مضاربی از ۱۱٫۱ فوت باشند. شواهد این امر، آن بود که ۲۷ دایره، قطرهایی داشتند که به‌ازای عدد صحیح n، در دامنهٔ ۱۱٫۱$(n \pm \frac{1}{4})$ قرار داشتند. همرزلی و مورتن، از روشهای مونت‌کارلوی ساده‌ای برای آزمودن این فرضیه استفاده کردند و همان‌طور که دیوید کندال [۲۵] پیشنهاد کرد، کار آنها منجر به یک آزمون آماری شد که تا حد زیادی نظر تام را تأیید کرد.

روشهای مونت‌کارلو مبتنی‌بر استفاده از اعداد شبه‌تصادفی یا تصادفی نما هستند و این امر برخی مسائل مربوط به اصول را پیش می‌آورد. ناشکیبایی همرزلی در برابر بحثهای فلسفی مربوط به اخلاقیات یا درستی استفاده از اعداد شبه‌تصادفی یا تصادفی‌نما به جای اعداد واقعاً تصادفی از پاسخ وی به بحثهای سمپوزیومی دربارهٔ روشهای مونت‌کارلو که مقالهٔ [۵۸] در آن ارائه شد، هویداست:

> این بحثها، چندین سؤال دربارهٔ اعداد تصادفی پیش آورده است. آیا آنها اصلاً وجود دارند؟ آیا آنها را می‌توان به‌ترتیب، تولید کرد و اگر چنین است، چگونه؟ آیا می‌توان آنها را تشخیص داد؟ و آیا می‌توانیم آزمون کنیم که تقلبی هستند یا نه؟ اینها تأملات فلسفی جالبی هستند، اما ریاضیدانان کاربردی باید آنها را خارج از موضوع تلقی کنند.

1. E. Fermi 2. N. Metropolis 3. Alexander Thom

درواقع، به نظر می‌رسد که ناشکیبایی وی در برابر فلسفه، به‌عنوان یک موضوع آکادمیک، در سراسر زندگی‌اش با وی بوده است. دانشکدهٔ مشترک ریاضیات و فلسفهٔ آکسفرد مایهٔ نفرت وی بود و داستانهای سرگرم‌کنندهٔ بسیاری دربارهٔ سالی که آن را در سمت رئیس ممتحنین به پایان برد، بر سر زبانهاست. وقتی این اقبال به سراغ وی آمد که بر کرسی ریاست هیأت بنشیند، مشتاقانه در آن مستقر شد و (با اجازهٔ همکارانش) بحثی را که پس از پایان جلسه دربارهٔ ارزش مدرک این دانشکده صورت گرفت روی نوار ضبط کرد. تلاشهای مجدانهٔ بعدی وی، در نهایت نتوانست ریاضیدانان یا فیلسوفان را ترغیب کند که این مدرک را باید کنار گذاشت.

عمده‌ترین سهم همرزلی در نظریهٔ روشهای مونت‌کارلو، علاوه بر به‌کارگیری پیوستهٔ آن، احتمالاً کارهای وی بر روی متغیرهای متضاد[1] بود. استفاده از این متغیرها تکنیکی برای به‌دست آوردن برآوردهایی است که واریانسهای آنها به میزان قابل‌ملاحظه‌ای کمتر از آنهایی باشد که از طریق رویکردهای ساده قابل حصول‌اند. این هدف نوعاً با نمایش برآوردگرها به‌عنوان مجموعی از متغیرهای تصادفی همبسته حاصل می‌شود و یکی از متداول‌ترین فنون کاهش واریانس است. اشکال آن، این است که بسیاری از طرحهای نمونه‌گیری متضاد، از منظر محاسباتی، پیچیده‌تر از آن هستند که در شبیه‌سازیهای عملی مورد استفاده قرار گیرند. با وجود این، کار همرزلی و مورتن [۵۹]، در حال حاضر کاری اساسی محسوب می‌شود (به‌عنوان مثال، ر.ک. [۳۹]). بنابراین جالب است که همرزلی و هندزکم [۶۷] تنها اسم روش و نه ایدهٔ اصلی آن را از خود دانستند که چنانکه توکی [۴۷] متذکر شد، می‌توان آن را حالت مهم خاصی از رگرسیون تلقی کرد. این فن شاید اکنون یکی از مهم‌ترین فنون در کاربرد روشهای مونت‌کارلو در انتگرال‌گیری‌های عددی با ابعاد بالا باشد که کاربردهایی در بسیاری از حوزه‌ها از جمله ریاضیات مالی دارد.

تک‌نگاشت همرزلی-هندزکم [۶۷]، که در سال ۱۹۶۴ منتشر شد، نقطهٔ عطفی در مطالعهٔ روشهای مونت‌کارلو بوده و امروز هم استفادهٔ بسیاری از آن می‌شود. به‌نظر می‌رسد علاقهٔ همرزلی در این زمینه، بعد از انتشار این اثر، کاهش یافته باشد.

پرکولاسیون

پرکولاسیون به‌عنوان یک مفهوم ریاضی از تفکر دربارهٔ محیطهای تصادفی که در [۵۸] دیده می‌شود، نشأت گرفت و به‌صورت سنگ بنای هندسهٔ تصادفی و مکانیک آماری درآمده است. یکی از بحث‌کنندگان[2]، سایمن برودبنت، در «انجمن بهره‌برداری زغال‌سنگ بریتانیا» کار می‌کرد که در آن زمان مشغول طراحی ماسکهای گاز برای کارگران زغال‌سنگ بود. همرزلی اهمیت بالقوهٔ پیشنهاد برودبنت را در مورد جریان در یک محیط تصادفی تشخیص داد و آنها در نوشتن مقالهٔ بنیادی [۶۱] با یکدیگر همکاری کردند که در آن احتمال پرکولاسیون بحرانی تعریف شد. قبلاً نیز اشاره‌هایی به فرایندهایی معادل با پرکولاسیون شده است (به‌عنوان مثال، ر.ک. [۴۹]؛) اما این همرزلی بود که یک نظریهٔ ریاضی منسجم را در این مورد بنیان نهاد.

1. antithetic variates

۲. وقتی مقاله‌ای در «برابر» اعضای انجمن سلطنتی خوانده می‌شود، عده‌ای «بحث‌کننده» که مقاله را از قبل خوانده‌اند، به بحث دربارهٔ مقاله می‌پردازند که عموماً این بحثها همراه با مقاله در مجلهٔ انجمن سلطنتی چاپ می‌شود.ـــ م.

مدل پایه به این صورت است: یک شبکهٔ بلوری را در نظر بگیرید. هر یال شبکه را (به‌طور مستقل)، با احتمال p، باز (برای عبور مایع) و با احتمال $1 - p$، بسته اعلام می‌کنیم. مایع از مبدأ شبکه وارد می‌شود و مجاز است فقط در طول یالهای باز جریان یابد. مسألهٔ اساسی عبارت است از توصیف اندازه و هندسهٔ مجموعهٔ C، مرکب از رئوسی که مایع به آنها می‌رسد. این مدل پیامدهای مهمی در هندسهٔ تصادفی و مکانیک آماری دارد و نوشتگان فیزیک و ریاضی مرتبط با آن اکنون بسیار گسترده است. موضوعی که اهمیت درجهٔ اول دارد، وجود گذار فاز است: یک مقدار بحرانی مانند p_c وجود دارد به‌قسمی که C، وقتی $p < p_c$، متناهی است و وقتی $p > p_c$، با احتمال اکیداً مثبتی، نامتناهی است. همرزلی نابدیهی‌بودن گذار فاز را به‌صورت زیر ثابت کرد: همرزلی و برودبنت [۶۱] کران پایینی برای p_c برحسب تعداد قدم‌زدن‌های از خودگریز و ثابتِ رابط به‌دست آوردند (شرحی از ثابتِ رابط در بخش بعد آمده است). این نتیجه در [۶۲] با نشان‌دادن این موضوع تقویت شد که $|C|$ در صورتی که امید ریاضی متناهی داشته باشد، دارای دُم محوشوندهٔ نمایی است. روش ارائه‌شده در [۶۲]، پیشاهنگ استدلال متعارف امروزی است که به سایمن [۴۲] و لیب [۳۲] منسوب است و معمولاً به این صورت بیان می‌شود: مستعد بودن متناهی مستلزم همبستگیهایِ به‌طور نمایی محوشونده است. در [۶۳]، همرزلی کران بالایی برای p_c برحسب اندازه‌های مرزی همسایگیهای مبدأ به‌دست آورد و براساس دوگانی گرافها نتیجه گرفت که برای پرکولاسیون سودار و غیرسودار، روی شبکهٔ مربعی، $p_c < 1$. این معادل پرکولاسیونیِ استدلال پیرلس[1] برای مدل آیزینگ[2] است. این خط مشی کلی برای نشان دادن وجود گذار فاز، اکنون در بسیاری از مدلها جنبهٔ استاندارد دارد.

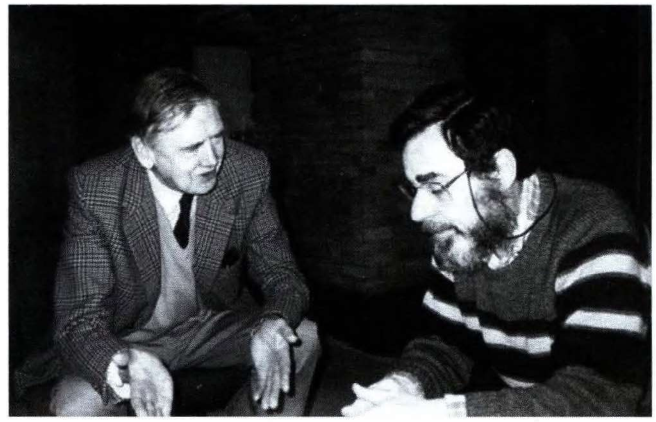
در یک مدل جایگزین، به‌جای یالها، رئوس شبکهٔ بلوری هستند که باز یا بسته اعلام می‌شوند. همرزلی [۶۵] این حکم سودمند را ثابت کرد که C برای مدل بستی[3] نسبت به مدل بندی[4]، مقدار کوچک‌تری دارد و به این ترتیب، نتیجه‌ای از مایکل فیشر (عضو انجمن سلطنتی، ۱۹۷۱) را گسترش داد. بهترین نتیجهٔ جدید از این نوع به یکی از دانشجویان او تعلق دارد (ر.ک. [۱۶]).

همرزلی که محاسبه‌گری قهار بود علاقه داشت مقدار عددی p_c را برای شبکهٔ مربعی محاسبه یا برآورد کند. تئودور هریس در مقالهٔ مهمی ثابت کرد که $p_c \geq (1/2)$ [۲۱] و برآوردهای عددی همرزلی نشان می‌داد که $p_c < (1/2)$؛ «چه شواهدی بهتر از این می‌توانست برای $p_c = (1/2)$ وجود داشته باشد؟». بنابراین، وقتی هری کستن[5] (تصویر ۱)، هدف مقدس را ثابت کرد، به هیجان آمد. هرچند این فقط پایان یک آغاز برای پرکولاسیون بود.

نظریهٔ پرکولاسیون در سالهای اخیر هر روز استحکام بیشتری یافته است. پرسشهای عمده‌ای که بر ذهن همرزلی فشار می‌آوردند، امروزه عمدتاً حل شده‌اند (ر.ک. [۱۴]) و اکنون توجه به ماهیت گذار فاز در دو بعد معطوف است. شرام [۴۱] پیش‌بینی کرد که حد مقیاس‌بندی پیرامونهای خوشه‌های بزرگ پرکولاسیون بحرانی، یک تحول لوئونری تصادفی (SLE که اغلب، تحول شرام‌ـلوئونر نامیده می‌شود) با پارامتر ۶ می‌سازد. اسمیرنوف [۴۳] فرمول کاردی[6] برای احتمالهای گذر پرکولاسیون بستی بحرانی بر روی شبکهٔ مثلثی را

1. Peierls 2. Ising 3. site model 4. bond model

5. Harry Kesten 6. Cardy



تصویر ۱ جان همرزلی و هری کستن در مؤسسهٔ ریاضی دانشگاه آکسفرد، نوامبر ۱۹۹۳.

ثابت کرد و نشان داد که چگونه حد مقیاس‌گذاری کامل را به‌دست آوریم. اثر شرام [۴۱] حاوی مروری بر SLE و مسائل و حدسهای مرتبط با آن است.

قدم‌زدنهای از خودگریز و مسألهٔ مونومر-دایمر

در پارادایم مکانیک آماری، هر سیستم با مجموعه‌ای از پیکربندیها که به هر یک وزنی تخصیص داده شده است، مدل‌بندی می‌شود. مجموع همهٔ وزنها، «تابع افراز» نامیده می‌شود و وضعیت حال سیستم را می‌توان با تحلیل این تابع و مشتقاتش توصیف کرد. در سیستمی از پلیمرها، اولین محاسبه، یافتن تعداد چنین پلیمرهایی است. وقتی پلیمرها زنجیرهای ساده‌ای هستند که ریشه در مبدأ یک شبکه دارند، این مسأله عبارت از شمارش قدم‌زدنهای از خودگریز (SAW) است. فرض کنید s_n، تعداد SAWهای به‌طول n روی یک شبکهٔ مفروض باشد. اولین پیشرفت جدی به‌سوی تعیین مقادیر مجانبی s_n وقتی $n \to \infty$، در [۵۸] انجام شد. نکتهٔ اساسی، نابرابری زیرجمعی $t_{m+n} \leq t_m + t_n$ است که $t_n = \log s_n$ در آن صدق می‌کند و وجود ثابت $\kappa = \lim_{n\to\infty} n^{-1}$ که ثابت رابط نامیده می‌شود، بی‌درنگ از آن نتیجه می‌شود. این موضوع که اکنون در پرتو تحلیل پیچیده‌ای که بعداً به‌دست آمده، اساساً بدیهی تلقی می‌شود، اثری قابل توجه بر ترکیبیات و احتمال فضایی داشته است. این سرآغاز استفاده از زیرجمعی‌بودن به‌عنوان یک ابزار استاندارد است و نیز سرآغاز مطالعه‌ای مفصل، و هنوز در حال انجام، در هندسهٔ نمونه‌های نوعی پیکربندیهایی هندسی همچون مسیرها و موجودات شبکه‌ای[1] است.

نابرابری زیرجمعی، کران $s_n \geq \kappa^n$ را به‌دست می‌دهد. همرزلی مقدار زیادی انرژی صرف یافتن یک کران بالای مکمل برای s_n کرد، اما تنها موفقیتی جزئی به‌دست آورد. او با دانشجویش ولش در [۱۶] ثابت کرد که به‌ازای $\lambda < \infty$، $s_n \leq \kappa^n \exp(\lambda n^{\frac{1}{2}})$. کستن [۲۸] این کران را به‌ازای $d \geq 3$ بهبود بخشید و چنین کرانهایی بهترین کرانهای موجود بودند تا آنکه عده‌ای دیگر دریافتند که می‌توان از یک بسط توری[2] برای ابعاد به‌قدر کافی بزرگ استفاده کرد [۳۴]. در نتیجهٔ مقدار زیادی کار سخت و به‌کمک ابزارهای

1. lattice animals 2. lace expansion

ریاضی اساسی، هارا و اسلید [۱۸] مسألهٔ شمارش SAW را در ۵ بعد و بیشتر حل کردند. حالت دوبعدی که کران مذکور در [۶۶] بهترین کران برای آن شناخته‌شده است، با معرفی تحول لوئونر تصادفی (SLE) از سوی شرام و این حدس که یک SAW تصادفی در دوبعد، وقتی $n \to \infty$، به‌معنایی مناسب به یک SLE با پارامتر ۸/۳ همگراست، توجه و علاقهٔ بسیاری را در سالهای اخیر به خود جلب کرده است. این حدس، یکی از مهم‌ترین مسائل حل‌نشده کنونی در احتمال است.

همرزلی در دوران بعدی زندگی‌اش از اخبار پیشرفتها در پرکولاسیون و قدم‌زدنهای از خودگریز خوشحال می‌شد. وی احساس می‌کرد که «کمک کرده تا این مسائل به‌وجود آیند» تا دیگران آنها را حل کنند. مسائل پرکولاسیون دوبعدی و SAW، دو مورد از داغ‌ترین مسائل احتمال معاصر، و شاهدی بر ذوق عالی علمی همرزلی هستند.

مسألهٔ شمارش دیگری در مکانیک آماری که توجه همرزلی را به‌خود جلب کرد، مسألهٔ مونومر-دایمر است. این مسألهٔ کلاسیک در شیمی حالت جامد را می‌توان به‌صورت زیر فرمول‌بندی کرد: هر آجر، یک متوازی‌السطوح قائم d بعدی ($d \geq 2$) با اضلاعی به‌طول صحیح و حجم زوج است. مکعب واحد، مونومر[1] و آجری به حجم دو، دایمر[2] نامیده می‌شود. مسألهٔ دایمر عبارت است از تعیین تعداد دایمرها، $f(a_1, a_2, \ldots, a_d)$، برای سنگ چینیِ آجری به اضلاع a_1، a_2، ...، a_d. همرزلی در [۶۹] ثابت کرد که دنبالهٔ $(a_1, a_2, \ldots, a_d)^{-1} \log f(a_1, a_2, \ldots, a_d)$ وقتی $a_i \to \infty$، به حد متناهی λ_d همگراست. اما مقدار عددی λ_d چیست؟ در این مورد نتیجه‌ای «کلاسیک» در فیزیک آماری به‌دست آمده که متعلق به تمپرلی و فیشر [۴۵] و کستلین [۲۴] است. آنها مستقل از یکدیگر در ۱۹۶۱ نشان دادند λ_2 موجود و برابر با $\lambda_2 = \exp(2G/\pi) = 0{,}29156\ldots$ است که در آن G ثابت کاتالان[3] است. همرزلی انرژی زیادی را صرفِ رویکردهای محاسباتی و نظری برای یافتن نتیجهٔ مربوط به‌ازای $d \geq 3$ کرد، اما تا آنجا که می‌دانیم مقدار دقیق، حتی وقتی $d = 3$، هنوز نامعلوم است.

مسألهٔ مونومر-دایمر در کلی‌ترین شکل آن معادل با مسألهٔ ترکیبیاتی محض شمارش $f_G(N_1, N_2)$ها یعنی تعداد آرایشهای متمایز N_1 مونومر و N_2 دایمر بر یالها و رئوس گرافی مانند G است، به‌طوری که هر دایمر روی یک یال و هر مونومر روی یک رأس قرارگیرد و هر رأس G یا دقیقاً یک توسط مونومر اشغال شده باشد یا رأس پایانیِ دقیقاً یک دایمر باشد. برای اینکه این امر ممکن باشد، G باید دقیقاً $N_1 + 2N_2$ رأس داشته باشد و چگالی pی پیکربندی به‌صورت $2N_2/N_1$ تعریف شود. همرزلی در [۶۹] ثابت کرد که تعداد پیکربندیهای با چگالی p روی مکعب به حجم n در d بعد، به‌ازای تابعی مفروض مانند λ از مرتبهٔ $\lambda(d, p)^n$ است. وی برای به‌دست آوردن کرانهایی برای λ بسیار تلاش کرد؛ اما امروزه حتی در حالت دوبعدی، دانش ما بسیار محدود است (به‌عنوان مثال، ر.ک. [۱۱]).

مسألهٔ دایمر امروزه بسیار مطرح است. معلوم شده است که مدل دوبعدی به میدان آزاد گاوسی و تحول لوئونر تصادفی با پارامترهای ۲، ۴، و ۸ ارتباط دارد (ر.ک. مثلاً [۲۶] یا [۲۷]).

1. monomer 2. dimer 3. Catalan

پرکولاسیونِ نخستین گذر و فرایندهای زیرجمعی

پرکولاسیون مدلی ایستاست بدین مفهوم که هر یال، یا باز یا بسته است و فرض می‌شود آب به‌صورت آنی در طول یالهای باز جریان می‌یابد. همرزلی و ولش، صورتی وابسته به زمان از این مدل را در [۶۸] فرمول‌بندی کردند و آن را «پرکولاسیون نخستین گذر» نامیدند. در این مدل، به هر یال شبکه، یک زمان گذر تصادفی اختصاص یافته و زمان لازم $a_{x,y}$ برای اینکه آب با شروع از نقطهٔ x به نقطهٔ مفروض y برسد، زیرینه [اینفیمم] زمانهای گذر همهٔ یالها روی همهٔ مسیرهای π از x به y است. این مقالهٔ پیشگام [۶۸] اکنون به‌عنوان یکی از اولین کارهای ریاضی مهم در نظریهٔ انتشار و پخش چیزها (خواه بیماری باشد، یا سیال، یا شایعه) از طریق یک محیط تصادفی شناخته می‌شود. مسألهٔ اصلی، اثبات وجود یک تابع سرعت $\sigma_x = \lim_{n\to\infty} n^{-1} a_{0,nx}$ بود که در آن، ۰ نشان‌دهندهٔ مبدأ شبکه است. همرزلی و ولش دریافتند که کلید حل مسأله، استفاده از زیرجمعی بودن $a_{0,x+y} \le a_{0,x} + a_{x,x+y}$ است و تفاوت با کاربردهای قبلی آن در این بود که این نابرابری به‌جای کمیتهای تعیّنی، در بردارندهٔ متغیرهای تصادفی است.

این دو نفر صورتی از قضیهٔ حدی زیرجمعی برای فرایندهای تصادفی مانا را که با فضای d بعدی اندیس‌گذاری می‌شوند، یعنی اولین «قضیهٔ ارگودیک زیرجمعی» را ثابت کردند. آنها دریافتند که این کار به‌بهترین صورت در چارچوب مجموعه‌ای کلی از مفروضات قابل اجراست و نه وضعیت خاصی که در بالا مختصراً شرح داده شد، و لذا مقالهٔ آنها منجر به پیدایش یکی از فنون عمده برای تحلیل فرایندهای تصادفی فضایی شد. جستجو برای ترکیب «درست» تعریف/ قضیه، آغاز شد. این ترکیب به‌وسیلهٔ جان کینگمن (عضو انجمن سلطنتی، ۱۹۷۱) در یکی از مقاله‌های کلاسیک احتمال قرن بیستم به‌دست آمد. علی‌رغم کارهای دقیق بعدی، این نوشتگان اولیه، به‌خصوص گفتگوی بین کینگمن [۳۱] و همرزلی [۷۳] همچنان خواندنی است. مقالهٔ مروری کینگمن در سالنامهٔ احتمال[1] (با چاپ بحثها) انتشار یافت. نوشتهٔ همرزلی در این بحث، بسیار مبسوط‌تر از آن بود که ویراستار مجله آن را برای چاپ بپذیرد و بعدها به‌صورت [۷۳] منتشر شد. اینجا بود که شرط ضعیف‌ترِ ابرپیچشی‌بودن[2] اندازه‌های احتمال وابسته، جایگزین شرط زیرجمعی بودن مسیری شد.

همرزلی در یکی از کاربردهای اولیهٔ زیرجمعی‌بودن در سیستمهای فضایی که با همکاری دوتن از دانشجویانش به‌بررسی آن پرداخت، سهمی بنیادی در مطالعهٔ نمونه‌های نوعی مسائل تحقیق در عملیات ایفا کرد. n نقطه را به تصادف در ناحیهٔ مسطح R با مساحت متناهی بیندازید. طول درخت فراگیر مینیمال (اشتاینر) و مسیر مینیمال فروشندهٔ دوره‌گرد[3] روی این نقاط چیست؟ آنها در مقالهٔ کلاسیک خود [۶۴] نشان دادند که پاسخ، به‌ازای ثابتی مانند c_R، با $c_R\sqrt{n}$ متناسب است و همچنین نظریه‌ای برای بعدهای بالاتر به‌وجود آوردند. نکتهٔ رهگشا این بود که مسأله را به‌نحوی صورت‌بندی کنند که مقیاس طول طبیعی، $\sqrt{n}$ باشد و سپس از یک نوع زیرجمعی بودن فضایی استفاده کنند. این قضیه در کار بعدی کارپ [۲۳] دربارهٔ تحلیل احتمالاتی مسأله فروشندهٔ دوره‌گرد اقلیدسی تصادفی، اهمیت اساسی یافت. گسترشهای بعدی موضوع در مقالهٔ استیل [۴۴] توصیف شده است.

1. *Annals of Probability* 2. superconvolutivity
3. travelling-salesman

عنوان مقالهٔ استیل [۴۴] الهام گرفته از عنوان مقالهٔ مشهور همرزلی، «چند جوانهٔ پژوهش» است که در سال ۱۹۷۲ در مجموعهٔ مقالات ششمین سمپوزیم برکلی منتشر شد. همرزلی در این شرح الهام‌بخش دربارهٔ چگونگی اجرای پژوهشهای ریاضی، به‌خصوص نشان داد که چگونه از زیرجمعی‌بودن برای حلِ جزئی مسألهٔ معروف اولام می‌توان استفاده کرد: در یک جایگشت تصادفی از اولین n عدد طبیعی، طول l_n بزرگ‌ترین زیردنبالهٔ صعودی چقدر است؟ به‌دلایل هندسی مرتبط با [۶۴] نتیجه می‌شود که پاسخ، به‌طور مجانبی $c\sqrt{n}$ است. این سرآغاز پیدایش حوزهٔ مهمی از نظریهٔ احتمال بود. همرزلی ادعایی براساس یک استدلال سردستی ارائه کرد تا نشان دهد که $c = 2$، اما در ارائهٔ برهان رسمی موفق نشد و این برهان را ورشیک و کروف [۴۸] و لوگان و شپ [۳۳] در چارچوب تابلوی یانگ[1] تصادفی به‌دست آوردند. پس از آن، توجه به اندازهٔ انحراف $l_n - 2\sqrt{n}$ معطوف شد. پیش از برهان شایان توجه بیک و همکاران [۲] نتایج جزئی بسیاری در این مورد به‌دست آمد که وقتی $n \to \infty$، $[l_n - 2\sqrt{n}]\, n^{-1/6}$ به‌توزیع مشهور تریسی-ویدوم در نظریهٔ ماتریسهای تصادفی همگراست.

میدانهای تصادفی

یکی از مهم‌ترین مباحث در آمار نوین، نظریهٔ بیزی تحلیل تصویر است. در این مطالعهٔ سیستمهای تصادفی فضایی، داشتن یک رده‌بندی از آن اندازه‌های احتمال که در یک «ویژگی مارکوفی فضایی» صدق کنند، یعنی پیکربندی درون هر ناحیه مانند V تنها از طریق حالتهای رئوس در مرز ∂V به پیکربندی خارج از V بستگی داشته باشد، سودمند است اورینتسف[2]، دوبروشین[3]، اسپیتزر[4] و دیگران در حوالی ۱۹۷۰ نظریه‌ای محدود دربارهٔ چنین اندازه‌هایی پروراندند. در سال ۱۹۷۱، همرزلی به‌دنبال پیشنهادی از کلیفرد (ر.ک. [۴] و [۷۲])، آن را به شبکهٔ دلخواهی تعمیم داد. قضیه‌ای که به‌دنبال آن آمد، قضیهٔ همرزلی-کلیفرد نامیده شد و اگرچه هیچگاه رسماً منتشر نشد، در احتمال و آمار بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد. این قضیه حاکی است که یک اندازهٔ مثبت، میدان مارکوفی است اگر و تنها اگر نمایشی گیبسی برحسب یک تابع پتانسیل داشته باشد. نویسندگان بعدی و از جمله یکی دیگر از دانشجویان او، گریمیت، که برهان را به تمرینی در اصل شمول-عدم شمول فروکاست [۱۳]، روش مورد استفادهٔ همرزلی را بسیار روشن‌تر ساختند.

در نیمسال پاییزی[5]، همرزلی درسی برای دورهٔ کارشناسی دربارهٔ میدانهای مارکوفی در «مؤسسهٔ ریاضی»[6] ارائه داد. وی نوید راه‌حلی برای مسألهٔ متناظر را داد که در آن فرض مثبت‌بودن کنار گذاشته شده است. آن‌گونه که عادتش بود، او هنوز این نتیجه را ثابت نکرده بود و در واقع، یکی از حاضران این کلاس به نام جان موسوریس[7] با یافتن یک مثال ناقض، بطلان قضیه را نشان داد (ر.ک. [۳۵] و [۷۴]).

مسائل آموزشی

در طول زندگی همرزلی، تغییرات زیادی در آموزش ریاضیات در مدارس صورت گرفت و وی برای مدتی، طلایه‌دار بحثها در این زمینه بود. از دههٔ

1. Young tablaux 2. Averintsev 3. Dobrushin 4. Spitzer
5. Michaelmas Term 6. Mathematical Institute
7. John Moussouris

۱۹۵۰ به بعد، قویاً استدلال می‌کرد که دانش‌آموزان مدارس و دانشجویان کارشناسی باید برای حل مسأله آموزش ببینند و برنامهٔ درسی را باید این هدف طراحی کرد. وی در همه جای بریتانیا سخنرانیهایی در این باره ایراد کرد و در ایجاد «پروژهٔ ریاضیات مدارس» همکاری نمود. از آنجا که وی کسی نبود که سخن دوپهلو بگوید، موضع سازش‌ناپذیر وی را تحریک‌آمیز تلقی کردند، اما او پشتیبانان و تحسین‌کنندگان بسیاری هم داشت. با این حال، پروژهٔ ریاضیات مدارس، نوشدارویی برای بیماری مورد نظر او از آب در نیامد: گرچه این برنامه جنبه‌هایی از آموزش ریاضی را «مدرن» کرد، اما نظریه‌ای انتزاعی را که در آن عنصر مسأله به حد کفایت وجود نداشت وارد مدارس کرد.

همرزلی اغلب سخنرانیهایش را در بولتن مؤسسهٔ ریاضی و کاربردهای آن[1] منتشر می‌کرد. مقالهٔ اصلی او [۷۱] دربارهٔ آموزش ریاضی، سرانجام، با عنوان «دربارهٔ سست‌سازی مهارتهای ریاضی از راه «ریاضیات مدرن» و مزخرفات ذهنی مشابه در مدارس و دانشگاهها» انتشار یافت. این مقالهٔ انتقادی جدی و مُطوّل در انتقاد از ریاضیات مدرسه، برایان توایتس [۴۶] را وادار به‌صدور رویه‌ای با لحن ملایم کرد:

«با این حال من فوق‌العاده [از پاسخ‌دادن به «اتهامات» همرزلی] اکراه دارم. دلیل آن این است که تحسین من نسبت به او و عقیده‌ام دربارهٔ مقاله‌اش، تضاد بسیار شدیدی با هم دارند. بخش اعظم تحسین من از او به‌دلیل دستاوردهای ریاضی اوست؛ اما این تحسین همچنین تا حد زیادی مبتنی‌بر این است که به نظرم او، بیش از هر فرد انگلیسی دیگر، سرانجام اصلاحات دیرآغاز در برنامه‌های ریاضی مدارس را به‌جریان انداخت».

همرزلی از طریق مقاله‌های «عامه‌پسند»ش، نظراتی را که به‌شدت به آنها پایبند بود، دربارهٔ بسیاری از مسائل، عمدتاً علمی و آموزشی، ابراز داشت. این نوشته‌ها آموزنده، تحریک‌آمیز، و از لحاظ اِنشا متبحرانه‌اند، گرچه گاهی خودبینانه‌اند. افکار او دربارهٔ پژوهش ریاضی همراه با دیدگاه مایکل اتیا (عضو انجمن سلطنتی) به‌چاپ رسیده‌اند [۷۴]، و برخی عبارتهای قابل توجه را دربردارند: «... تزریق بیهوده‌کاری حرفه‌ای خودش»، «ریاضیات محض در معرض دو بیماری است که ناشی از دقت و اصل موضوعی سازی است»، «هرآنچه دستاورد جبر باشد، شاخه‌ای دیگر از ریاضیات باید بتواند به روش زیباتری به آن دست یابد»، ... و «... تولید راه‌حلهای پاکیزه‌تر (شسته و رفته‌تر)، صرفاً مورد توجه نظریه‌پردازان است». او عاشق عبارتهای خوب بود، حتی (شاید، به‌ویژه) زمانی که خطر تعرض متقابل هم می‌داشت. ولی در واقع، او هر نظریه‌ای را که ارزش خود را به ثبوت می‌رساند، قبول می‌کرد. آن‌گونه که به اتیا (در (۲۴)) نوشت:

«اهل مشاجره نیستم، اما آماده‌ام که وارد میدان بحث شوم. ... رقابت و بحث‌وجدل بین انواع مختلف ریاضیدانان و دانشمندان، بین خلق‌وخوها و سلیقه‌های مختلف است که علم را درکل به‌پیش می‌برد. تنوع هر چه بیشتر باشد، بهتر است و نمک کار همین است، والخ».

مراجع

1. Atiyah, M. F. 1973 How research is carried out. *Bull. Inst. Maths Applics* **9**, 276-280.

2. Baik, J., Deift, P. & Johansson, K. 1999 On the distribution of the length of the longest increasing subsequence of random permutations. *J. Am. Math. Soc.* **12**, 1119-1178.

3. Bartlett, M. S. 1946 On the theoretical specification of sampling properties of auto-correlated time series. *J. R. Statist. Soc.* (suppl). **8**, 27-41.

4. Clifford, P. 1990 Markov random fields in statistics. In *Disorder in Physical Systems (A volume in honour of John M. Hammersley)* (ed. G. R. Grimmett & D. J. A. Welsh), pp. 19-32. Oxford University Press.

5. Cramer, E. 2000 Asymptotic estimators of the sample size in a record model. *Statist. Pap.* **41**, 159-171.

6. Domb, C. 1990. on Hammersley's method for one-dimensional covering problems. In *Disorder in Physical Systems (A volume in honour of John M. Hammersley)* (ed. G. R. Grimmett & D. J. A. Welsh), pp. 33-53. Oxford University Press.

7. Eden, M. 1961 A two dimensional growth process. In *Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability* (ed. J. Neyman), vol. 4, pp. 223-229. University of California Press.

8. Erdős, P. 1953 On a conjecture of Hammersley. *J. Lond Math. Soc.* **28**, 232-236.

9. Family, F. & Vicsek, T. 1991 *Dynamics of fractal surfaces*. Singapore: World Scientific.

10. Farahmand, K. 1998 *Topics in random polynomials*. Harlow: Longman.

11. Friedland, S. & Peled, U. N. 2005 Theory of computation of multidimensional entropy with an application to the monomer-dimer problem. *Adv. Appl. Maths* **34**, 486-522.

12. Friedman, J. 1990 Random polynomials and approximate zeros of Newton's method. *SIAM J. Comput.* **19**, 1068-1099.

13. Grimmett, G. R. 1973 A theorem about random fields. *Bull. Lond. Math. Soc.* **5**, 81-84.

14. Grimmett, G. R. 1999 *Percolation*, 2nd edn. Berlin: Springer.

15. Grimmett, G. R. 2000 Percolation. In *Development of mathematics 1950-2000* (ed. J. P. Pier), pp. 547-576. Boston: Brikhäuser.

16. Grimmett, G. R. & Stacey, A. M. 1998 Critical probabilities for site and bond percolation models. *Ann. Probabil.* **26**, 1788-1812.

17. Grimmett, G. R. & Welsh, D. J. A. (eds) 1990 *Disorder in Physical Systems (A volume in honour of John M. Hammersley)*. Oxford University Press. (See `http://www.statslab.com.ac.uk/~grg/books/jmh.html`)

1. *Bulletin of the Institute of Mathematics and its Applications*

18. Hara, T. & Slade, G. 1992 Self-avoiding walk in five or more dimensions. I. The critical behaviour. *Commun. Math. Phys.* **147**, 101-136.

19. Hardy, G. H. 1940*a* Mathematics in war-time. *Eureka* **1**, 5-8.

20. Hardy, G. H. 1940*b* *A mathematician's apology*, Cambridge University Press.

21. Harris, T. E. 1960 A lower bound for the critical probability in a certain percolation process. *Proc. Camb. Phill. Soc.* **56**, 13-20.

22. Kac, M. 1943 On the average number of real roots of a random algebraic equation. *Bull. Am. Math. Soc.* **49**, 314-320.

23. Karp, R. 1977 Probabilistic analysis of partitioning algorithms for TSP in the plane. *Maths Oper. Res.* **2**, 209-224.

24. Kasteleyn, P. W. 1961 The statistics of dimers on a lattice. *Physica* **27**, 1209-1225.

25. Kendall, D. G. 1990 Speech proposing the toast to John Hammersley, 1 October 1987. In *Disorder in Physical Systems (A volume in honour of John M. Hammersley)* (ed. G. R. Grimmett & D. J. A. Welsh), pp. 1-3. Oxford University Press.

26. Kenyon, R. W. 2004 An introduction to the dimer model. In *School and Conference on Probability Theory (ICTP Lecture Notes* XVII*)* (ed. G. F. Lawler), pp. 267-304. Trieste: Abdus salam International Centre for Theoretical Physics.

27. Kenyon, R. W. & Wilson, D. B. 2006 Boundary partitions in trees and dimers. arXiv: math/0608422v2.

28. Kesten, H. 1964 On the number of self-avoiding walks, II. *J. Math. Phys.* **5**, 1128-1137.

29. Kesten. H. 1980 The critical probability of bond percolation on the square lattics equals 1-2. *Commun. Math. Phys.* **74**, 41-59.

30. Kingman, J. F. C. 1968 The ergodic theory of subadditive stochastic processes, *J. R. Statist. Soc.* B**30**, 499-510.

31. Kingman, J. F. C. 1973 Subadditive ergodic theory. *Ann. Probabil.* **1**, 883-909.

32. Lieb, E. H. 1980 A refinement of Simon's correlation inequality. *Commun. Math. Phys.* **77**, 127-135.

33. Longan, B. F. & Shepp, L. A. 1977 A variational problem for random Young tableaux. *Adv. Maths* **26**, 206-222.

34. Madras, N. & Slade, G. 1993 *The self-avoiding walk.* Boston: Birkhäuser.

35. Moussouris, J. 1974 Gibbs and Markov random fields with constraints. *J. Statist. Phys.* **10**, 11-33.

36. Peierls, R. 1936 On Ising's model of ferromagnetism. *Proc. Camb. Phill. Soc.* **36**, 447-481.

37. Pitcher, H. 1984 *The Smiths of Moscow: a study of Britons abroad.* Cromer: Swallow House Books.

38. Ramponi, A. 1999 A note on the complex roots of complex random polynomials. *Statist. Probabil. Lett.* **44**, 181-187.

39. Roach, W. & Wright, R. 1976/77 Optimal antithetic sampling plans. *J. Statist. Comput. Simul.* **5**, 99-114.

40. Schramm, O. 2000 Scaling limits of loop-erased walks and uniform spanning trees. *Israel J. Maths* **118**, 221-288.

41. Schramm, O. 2007 Conformally invariant scaling limits: an overview and a collection of open problems. In *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Madrid* (ed. M. Sanz-Solé *et al.*) vol. 1, pp. 513-544. Zurich: European Mathematical Society.

42. Simon, B. 1980 Correlation inequalities and the decay of correlations in ferromagnets. *Commun. Math. Phys.* **77**, 111-126.

43. Smirnov, S. 2001 Critical percolation in the plane: conformal invariance, Cardy's formula, scaling limits. *C. R. Séans Acad. Sci. Paris, Ser. I* **333**, 239-244.

44. Steele, J. M. 1990 Seedlings in the theory of shortest paths. In *Disorder in physical systems (A volume in honour of John M. Hammersley)* (ed. G. R. Grimmett & D. J. A. Welsh), pp. 277-306. Oxford University Press.

45. Temperley, H. N. V. & Fisher, M. E. 1961 Dimer problems in statistical mechanics–an exact result. *Phil. Mag.* **6**, 1061-1063.

46. Thwaites, B. 1969 Ways ahead in secondary-school mathematics. *Bull. Inst. Maths Applics* **5**, 49-53.

47. Tukey, J. W. 1957 Antithesis or regression? *Proc. Camb. Phil. Soc.* **53**, 923-924.

48. Vershik, A. M. & Kerov, S. V. 1977 Asymptotic behavior of the Plancherel measure of the symmetric group and the limit form of Young tableaux. *Soviet Maths Dokl.* **18**, 527-531.

49. Wood, De. V. 1894 Problem 5. *Am. Math. Mthly* **99**, 211-212.

کتابنامه

50. Zabolitsky, J. G. & Stauffer, D. 1986 Simulation of large Eden clusters. *Phys. Rev.* A**34**, 1523-1530.

51. 1946 (With G. V. Bayley) The effective number of independent observations in an autocorrelated time series. *J. R. Statist. Soc.* (suppl.) **8**, 184-197.

52. 1950 Further results for the counterfeit coin problems. *Proc. Camb. Phill. Soc.* **46**, 226-230.

53. The distribution of distance in a hypersphere. *Ann. Math. Statist.* **21**, 447-452.

54. On estimating restricted parameters, *J. R. Statist. Soc.* B **12**, 192-229.

55. 1951 The sums of products of the natural numbers. *Proc. Lond. Math. Soc.* **1**, 435-452.

56. The total length of the edges of the polyhedron. *Compos. Math.* **9**, 239-240.

57. 1953 Markovian walks on crystals. *Compos. Math.* **11**, 171-186.

58. 1954 (With K. W. Morton) Poor man's Monte Carlo. *J. R. Statist. Soc.* B **16**, 23-38.

59. 1956 (With K. W. Morton) A new Monte Carlo technique: antithetic variates. *Proc. Camb. Phill. Soc.* **52**, 449-475.

60. The zeros of a random polynomial. In *Proceedings of the Third Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability* (ed. J. Neyman), vol. 2, pp. 89-111. University of California Press.

61. 1957 (With S. R. Broadbent) Percolation processes. I. Crystals and mazes. *Proc. Camb. Phil. Soc.* **53**, 629-641.

62. Percolation processes: lower bounds for the critical probability. *Ann. Math. Statist.* **28**, 790-795.

63. 1959 Bornes supérieures de la probabilité critique dans un processus de filtration. In *Le calcul des probabilities et ses applications,* pp. 17-37. Paris: CNRS.

64. (With J. Beardwood & J. H. Halton) The shortest path through many points. *Proc. Camb. Phil. Soc.* **55**, 299-327.

65. 1961 Camparison of atom and bond percolation processes. *J. Math. Phys.* **2**, 728-733.

66. 1962 (With D. J. A. Welsh) Further results on the rate of convergence to the connective constant of the hypercubical lattice. *Q. J. Maths Oxf.* **13**, 108-110.

67. 1964 (With D. C. Handscomb) *Monte Carlo methods.* London: Methuen.

68. 1965 (With D. J. A. Welsh) First-passage percolation, subadditive processes, stochastic networks, and generalized renewal theory. In *Bernoulli, Bayes, Laplace anniversary volume* (ed. J. Neyman & L. LeCam), pp. 61-110. Berlin: Springer.

69. 1966 Existence theorems and Monte Carlo methods for the monomer-dimer problem. In *Research papers in statistics* (*Festschrift for J. Neyman*), (ed. F. N. David), pp. 125-146. London: Wiley.

70. 1976 Harnesses. In *Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability* (ed. L. LeCam & J. Neyman), vol. 3, pp. 89-117. University of California Press.

71. 1968 On the enfeeblement of mathematical skills by 'Modern Mathematics' and by similar soft intellectual trash in schools and universities. *Bull. Inst. Maths Applics* **4**, 66-85.

72. 1971 (With P. Clifford) Markov fields on finite graphs and lattices. (Unpublished)

73. 1974 Postulates for subadditive processes. *Ann. Probabil.* **2**, 652-680.

74. Poking about for the vital juices of mathematical resarch. *Bull. Inst. Maths Applics* **10**, 235-247.

75. 1983 Origins of percolation theory. In *Percolation structures and processes* (*Annals of the Israel Physical Society*, vol. 5), pp. 47-57. Bristol: Hilger.

76. 1988 Room to wriggle. *Bull. Inst. Maths Applics* **24**, 65-72.

77. 1989 (With G. Mazzarino) A differential equation connected with the dendritic growth of crystals. *IMA J. Appl. Maths* **42**, 43-75.

78. (With G. Mazzarino) Computational aspects of some autonomous differential equations. *Proc. R. Soc. A* **424**, 19-37.

79. 1994 (With G. Mazzarino) Properties of large Eden clusters in the plane. *Combinatorics Probabil. Comput.* **3**, 471-505.

80. Fractal dynamics of Eden clusters. In *Probability, statistics and optimisation*, pp. 79-87. Chichester: Wiley.

* * * * * *

- Geoffrey Grimmett and Dominic Welsh, "John Michael Hammersley", *Bull. London Math. Soc.*, (6) **41** (2009) 1125-1143.

* جفری گریمت، مرکز علوم ریاضی، دانشگاه کیمبریج، انگلستان

** دومینیک ولش، کالج مرتن، دانشگاه آکسفرد، انگلستان